APÉNDICE

Trigonometría

Razones trigonométricas 660

Investigación 1: Razones especiales 660

Investigación 2: La tangente de un ángulo 663

Investigación 3: Relaciones entre tangente, pendiente, tasa y proporcionalidad 667

Investigación 4: El seno y el coseno 670

Ejercicios por tu cuenta 674

Razones trigonométricas

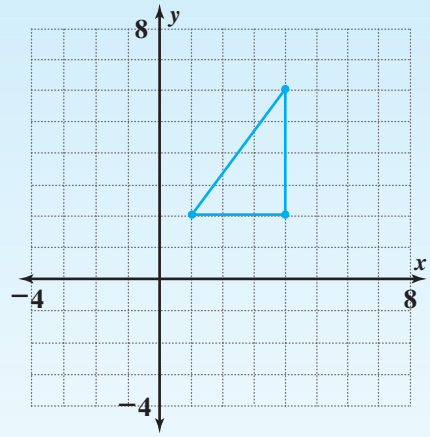
Hay muchas maneras de estudiar una relación linear. En el Capitulo 1, estudiaste variaciones directas y otras relaciones lineares, utilizando palabras, tablas, gráficas y ecuaciones. Además estudiaste la pendiente de rectas en gráficas y ecuaciones. Ahora, estudiaremos las rectas desde una perspectiva diferente.

Recuerda

En un triángulo rectángulo, el lado más largo se llama hipotenusa. Los otros dos lados se conocen como catetos.

Piensa & comenta

Observa el triángulo rectángulo del siguiente dibujo. ¿Cuáles son las coordenadas de los extremos de la hipotenusa?



¿Cómo calcularías la pendiente de la recta que conecta estos dos putos?

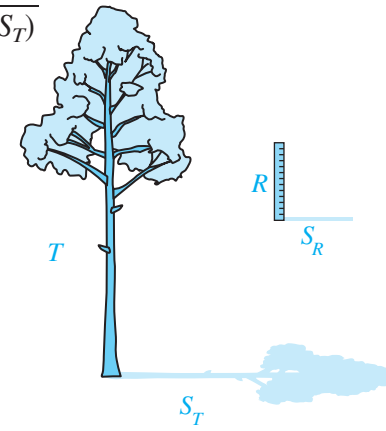
En esta lección aprenderás a calcular la pendiente de una recta, imaginando a dicha recta como la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Aprenderás a calcular la pendiente usando los ángulos del triángulo, aunque no conozcas las coordenadas de los extremos de la hipotenusa. Sin embargo, primero deberás repasar tus conocimientos sobre triángulos semejantes.

Investigación 1 Razones especiales

Se puede calcular la altura de un árbol si se conoce la longitud de su sombra, así como la altura y la longitud de la sombra de otro objeto, como una regla. Para lograrlo, se debe establecer una proporción usando la longitud de la sombra del árbol, la longitud de la sombra de la regla y la altura de la regla.

CONTENTS

$$\frac{\text{regla } (R)}{\text{sombra de la regla } (S_R)} = \frac{\text{árbol } (T)}{\text{sombra del árbol } (S_T)}$$



Cuando se tienen proporciones como la anterior, sólo se requiere conocer tres de las medidas para poder calcular la cuarta.

Es importante notar que algunas medidas no son importantes en sí mismas. Por ejemplo, para calcular la altura del árbol, se *pueden* usar reglas de distintos tamaños con sus correspondientes sombras. ¿Puedes explicar por qué? Si la *altura* de la regla como tal no es importante, ¿entonces qué es lo importante?

MATERIALES
transportadores
reglas

Explora

Cada persona en tu grupo debe hacer lo siguiente:

- Dibuja un triángulo rectángulo que tenga un ángulo de 40°. Asegúrense de que ninguno de los triángulos del grupo sea congruente.
- Mide la longitud de ambos catetos de tu triángulo rectángulo.
- Haz una tabla como la siguiente y anota la longitud de los catetos de tu triángulo. Escribe la razón del cateto más corto al cateto más largo en la forma $\frac{S}{L}$. No es necesario reducir esta fracción. Finalmente, convierte la fracción a decimal.

Cateto más corto (S)	Cateto más largo (L)	Razón $\frac{S}{L}$ (fracción)	Razón $\frac{S}{L}$ (decimal)

- Anota en tu tabla las medidas y las razones de los triángulos de tus compañeros.
- Compara las razones obtenidas en tu grupo. ¿Qué observas en las razones?
- Compara las razones obtenidas por la clase entera. ¿Tus observaciones siguen siendo válidas?
- ¿Qué crees que está ocurriendo? ¿Por qué *debe* ser verdadero?

Serie de problemas A

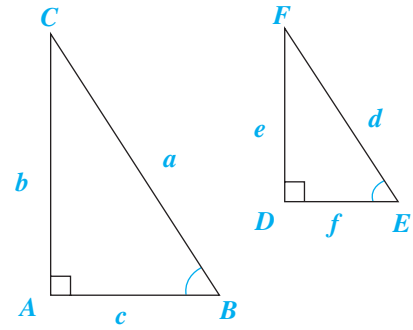
1. Piensa en los triángulos que tú y tus compañeros dibujaron para la actividad de exploración. ¿Los triángulos son semejantes entre sí? Explica.

2. Imagina otro triángulo rectángulo con un ángulo de 40°.

a. ¿Cuál es la razón a la centésima más cercana, del cateto más corto al cateto más largo?

b. Supón que el cateto más largo mide 14 pulgadas. ¿Cuánto medirá el cateto más corto?

3. Anota la información faltante en cada proporción, dado los siguientes pares de triángulos semejantes.



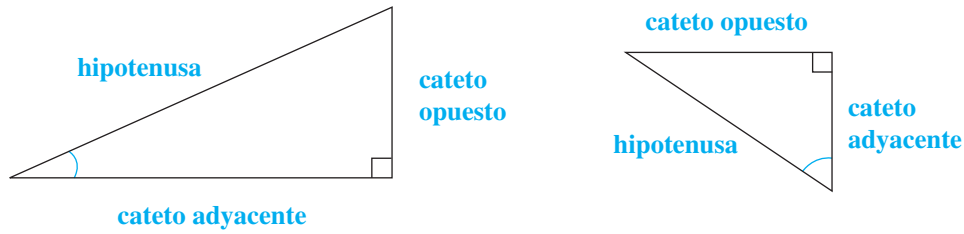
a. $\frac{c}{b} = \frac{?}{?}$

b. $\frac{b}{e} = \frac{?}{?}$ y $\frac{?}{?}$

c. $\frac{f}{d} = \frac{?}{?}$

VOCABULARIO

cateto opuesto
cateto adyacente



En cada uno de los triángulos anteriores, uno de los dos ángulos agudos está marcado. Uno de los catetos de cada triángulo es **opuesto** al ángulo marcado, es decir, está ubicado frente a él. El otro cateto es **adyacente**, es decir, está al lado del ángulo marcado.

A medida que trabajes en la siguiente serie de problemas, fíjate en la relación entre el ángulo y los catetos opuestos y adyacentes a él.

MATERIALES

transportadores
reglas

Serie de problemas B

Para cada problema dibuja un triángulo rectángulo tal que la razón entre el cateto opuesto $\angle A$ y el cateto adyacente $\angle A$, equivalga a la razón dada. Al trazar el triángulo, asegúrate de identificar uno de los ángulos *agudos* como $\angle A$. Mide y traza los catetos de modo que equivalgan a la razón. Luego calcula la medida de $\angle A$.

1. $\frac{\text{cateto opuesto } \angle A}{\text{cateto adyacente } \angle A} = \frac{1}{4}$ ó 0.25

2. $\frac{\text{cateto opuesto } \angle A}{\text{cateto adyacente } \angle A} = \frac{1}{2}$ ó 0.5

CONTENTS

3. $\frac{\text{cateto opuesto } \angle A}{\text{cateto adyacente } \angle A} = \frac{4}{3}$ ó 1.3333 . . .

4. $\frac{\text{cateto opuesto } \angle A}{\text{cateto adyacente } \angle A} = \frac{5}{2}$ ó 2.5

5. ¿Qué ocurre con el tamaño de $\angle A$, al aumentar el valor de la razón? ¿Por qué sucede esto?

Comparte & resume

1. Examina los triángulos y las razones que obtuviste en la sección de Exploración, al inicio de la Investigación 1. En la última pregunta se te pidió que explicaras por qué obtuviste dichos resultados. ¿Qué piensas ahora?

2. ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo que pueden alcanzar las razones de los catetos de un triángulo rectángulo?

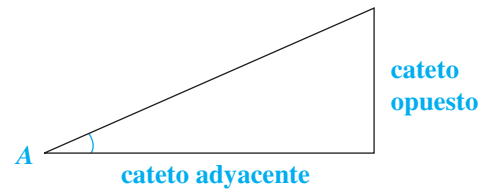
3. En el Problema 2 de la Serie de problemas A, a pesar de que sólo conocías la longitud de uno de los catetos de un triángulo rectángulo, pudiste calcular la longitud del otro cateto usando una razón. ¿De cuál característica del triángulo depende la razón: el tamaño del triángulo, sus ángulos o su posición?

Investigación 2 La tangente de un ángulo

VOCABULARIO
tangente

La razón especial que estudiaste en la investigación anterior tiene un nombre especial. La **tangente** de un ángulo agudo $\angle A$ de un triángulo rectángulo se define como la razón entre la longitud del cateto opuesto a $\angle A$ y la longitud del cateto adyacente a $\angle A$. La tangente se abrevia como *tan*.

$$\tan \angle A = \frac{\text{cateto opuesto } \angle A}{\text{cateto adyacente } \angle A}$$



La tangente se puede usar para calcular la longitud del lado en un triángulo rectángulo que no se puede medir, o cuyos extremos se desconocen, si el triángulo rectángulo está graficado en un plano de coordenadas.

Piensa & comenta

Supón que tienes varios triángulos rectángulos. Todos ellos con un ángulo de 20°. ¿Por qué la razón de la tangente del ángulo de 20° es constante para todos estos triángulos, a pesar de sus diferencias en tamaño? ¿Por qué puedes afirmarlo con certeza?

Dado que un ángulo de 20° tienen la misma tangente para todo triángulo rectángulo, se puede hablar en términos generales de la tangente de 20°, o tan 20°. ¿Cómo se puede calcular tan 20°, usando una regla y un transportador?

Has usado la tangente para calcular la longitud de los catetos de un triángulo rectángulo. En los siguientes problemas aplicarás esta técnica en diversas situaciones.

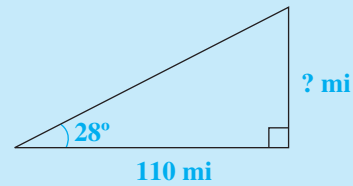
MATERIALES
calculadora graficadora

EJEMPLO

Calcula la longitud del cateto opuesto al ángulo de 28°.

$$\tan 28° = \frac{\text{cateto opuesto } \angle A}{\text{cateto adyacente } \angle A}$$

$$\tan 28° = \frac{? \text{ mi}}{110 \text{ mi}}$$



Para calcular tan 28° se puede dibujar un triángulo rectángulo con un ángulo agudo que mida 28°, luego medir la longitud de sus catetos y calcular la razón $\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$ cateto opuesto/cateto adyacente. Afortunadamente, también se puede calcular tan 28° usando una calculadora graficadora o científica. Si usas una calculadora graficadora, presiona MODE ↓ ↓ → ENTER para asegurarte de que la calculadora esté en la modulidad de grados. Luego presiona TAN 28. La pantalla de la calculadora debe mostrar 0.531709432, valor que se puede aproximar como 0.5317.

Sea x = la longitud desconocida en millas.

Termina la ecuación.

$$\tan 28° = \frac{x \text{ mi}}{110 \text{ mi}}$$

$$0.5317 = \frac{x \text{ mi}}{110 \text{ mi}}$$

$$0.5317 \cdot 110 \text{ mi} = x \text{ mi}$$

$$58.487 = x$$

Por lo tanto, la longitud del cateto opuesto al ángulo de 28° mide aproximadamente 58.49 millas.

En la Serie de problemas C, practicarás el uso de la tangente para calcular la longitud de los lados de un triángulo rectángulo.

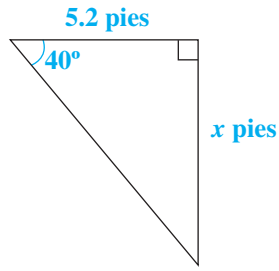
CONTENTS

MATERIALES
calculadora
graficadora

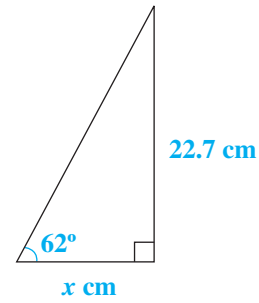
Serie de problemas C

Calcula el valor de x en los siguientes triángulos. Redondea en centésimas.

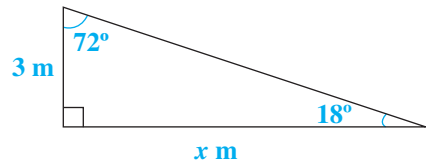
1.



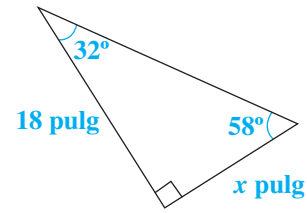
2.



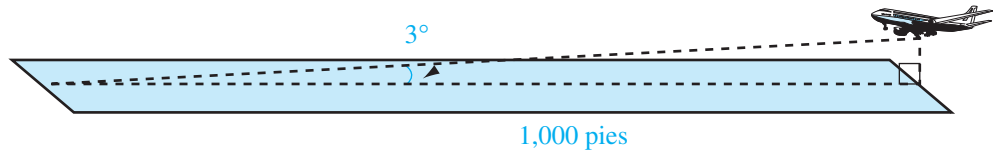
3.



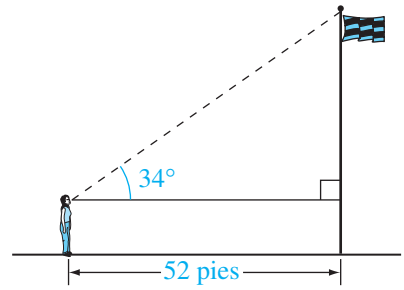
4.



5. Para seguridad y comodidad de los pasajeros, un avión que va a aterrizar debe aproximarse a la pista con un ángulo de 3°. ¿A qué altura está un avión que se encuentra a 1,000 pies de distancia en sentido horizontal, de la pista de aterrizaje? Redondea al pie más cercano.



6. Caity está tratando de estimar la altura de un asta de bandera. Con un transportador, estimó que el ángulo entre su ojo y la punta del asta mide 34°.



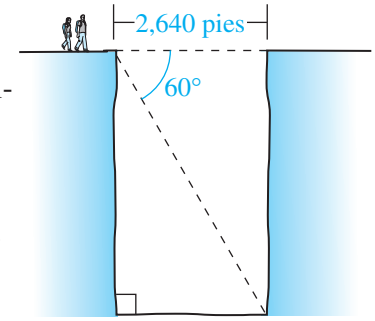
a. Caity sabe que se encuentra a 52 pies de distancia del asta. Para calcular la longitud (hasta el pie más cercano) del cateto opuesto del triángulo que se muestra en la figura anterior, usó los datos anteriores. ¿Cuál fue su respuesta?

b. Caity le mostró su respuesta al maestro, quien le dijo que estaba equivocada. ¿Qué fue el error de Caity?

CONTENTS

7. Dos excursionistas llegan a un desfiladero con laderas casi verticales. Dado que no tienen manera de cruzarlo, necesitan hallar la manera de estimar la cantidad de cuerda que necesitan para bajar por un lado del precipicio y así llegar a un sendero ubicado en el fondo del desfiladero. Para obtener su estimado, decidieron estimar ciertas medidas.

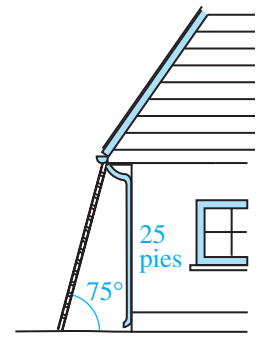
Primero estimaron que el ángulo desde donde se encuentran parados, hasta el fondo de la ladera opuesta, mide aproximadamente 60°. El mapa que tienen les indica que el desfiladero mide aproximadamente $\frac{1}{2}$ milla, ó 2,640 pies, de ancho. ¿Cuál es la profundidad aproximada del desfiladero?



8. Erica tiene que limpiar las canaletas de su casa porque se llenan con hojas de árboles durante el otoño. Sabe que para su seguridad, la escalera debe formar con el piso un ángulo de 75°. Por lo tanto, quiere determinar la distancia que debe haber entre la pared de la casa y la escalera, así como el tamaño de escalera que necesita para llegar al techo.

a. Si la distancia entre el techo y el suelo es aproximadamente 25 pies, ¿a qué distancia de la casa debe colocar el pie de la escalera?

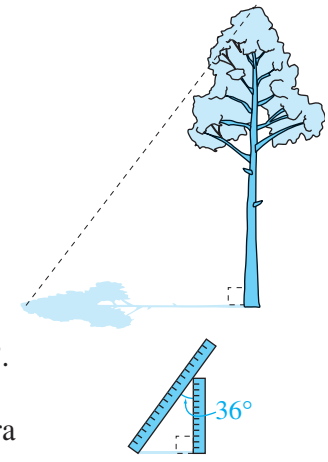
b. ¿Cuánto debe medir la escalera (al pie más cercano)?



9. **Reto** Los estudiantes de la clase de matemáticas del Sr. Claus, están tratando de calcular la altura de un árbol situado fuera de la escuela.

Luisa colocó su regla en posición vertical con respecto al suelo, como se muestra en la figura. Luego tomó una regla de una yarda, colocó uno de sus extremos en el extremo de la sombra formada por la primera regla, la inclinó hasta alcanzar el extremo superior de la regla en posición vertical y formó así un triángulo rectángulo.

Luego, midió el ángulo formado por las dos reglas y encontró que medía alrededor de 36°. Usando esta información y la longitud de la sombra del árbol, Luisa pudo calcular la altura del árbol.



a. Explica cómo calculó Luisa la altura del árbol.

b. Si la sombra del árbol mide 42.5 pies de largo, ¿cuál será la altura del árbol?

CONTENTS

Comparte & resume

La tangente de uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es 1.

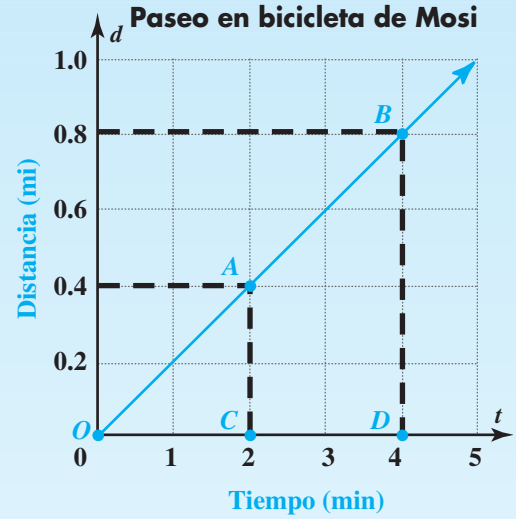
1. ¿Cómo es la figura del triángulo?

2. ¿Por qué?

Investigación 3 Relaciones entre tangente, pendiente, tasa y proporcionalidad

En esta investigación, entenderás cómo se relaciona la tasa (o rapidez) con la pendiente de una recta y con la tangente de un ángulo.

Piensa & comenta



Mosi recorrió en bicicleta, a una rapidez constante, el camino entre su casa y la escuela. La gráfica representa la distancia recorrida por Mosi. Dos minutos después de iniciar su recorrido, Mosi estaba a 0.4 de milla de distancia de su casa. Dos minutos más tarde, estaba a 0.8 de milla. Las coordenadas del punto A son (2, 0.4); las del punto B son (4, 0.8), las del punto O son (0, 0); las del punto C son (2, 0); y las del punto D son (4, 0).

¿Cuál es la rapidez de Mosi en millas por minuto?

¿Cuál es la pendiente de $\overleftrightarrow{OA}$? ¿Cuál es la de $\overleftrightarrow{OB}$?

¿Cuál es la tangente de $\angle AOC$?

¿Qué observas en la rapidez de Mosi, la pendiente de la recta y la tangente del ángulo?

CONTENTS

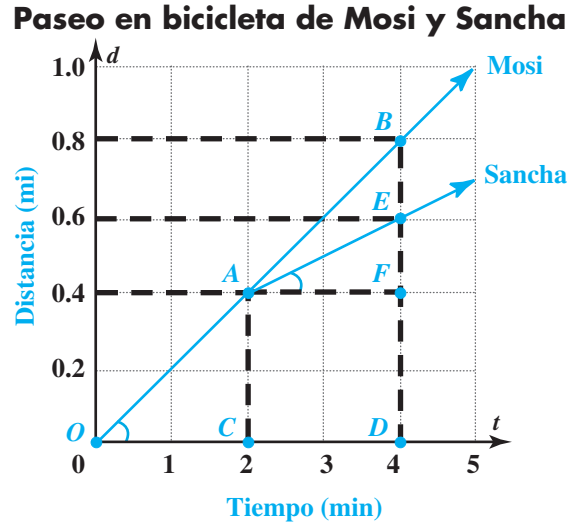
Serie de problemas D

Observa la gráfica en la página 667.

1. Compara el modo en que calculaste la pendiente de $\overleftrightarrow{OA}$, con el modo en que calculaste la tangente de $\angle AOC$. ¿En qué se parecen o en qué difieren?
2. Expresa en palabras el significado de la razón $\frac{AC}{OC}$. Expresa en palabras el significado de la razón $\frac{BD}{OD}$.
3. Compara la razón $\frac{AC}{OC}$ con la razón $\frac{BD}{OD}$. ¿Se puede hacer una proporción con estas razones? ¿Por qué?
4. ¿Es de variación directa (proporcional) la relación en la gráfica? ¿Por qué?
5. ¿Son semejantes $\triangle AOC$ y $\triangle BOD$? Explica.

Serie de problemas E

Sancha empezó el mismo recorrido en bicicleta con Mosi y durante dos minutos viajaron juntos. Luego, ella se cansó y empezó a pedalear más despacio. Cuatro minutos después de iniciado el recorrido, Sancha se encontraba a 0.6 de milla de distancia de la casa. La siguiente gráfica representa los recorridos de Mosi y Sancha.



1. Expresa en palabras el significado de la razón $\frac{AC}{OC}$. Expresa en palabras el significado de la razón $\frac{ED}{OD}$.
2. Para el recorrido de Sancha, compara la razón $\frac{AC}{OC}$ con la razón $\frac{ED}{OD}$. ¿Se puede hacer una proporción con estas razones? ¿Por qué?
3. ¿Es de variación directa (proporcional) la gráfica del recorrido de Sancha? ¿Por qué?

CONTENTS

4. a. ¿Cuál fue la rapidez de Sancha durante los dos primeros minutos del paseo?

b. ¿Cuál es su rapidez durante los siguientes dos minutos?

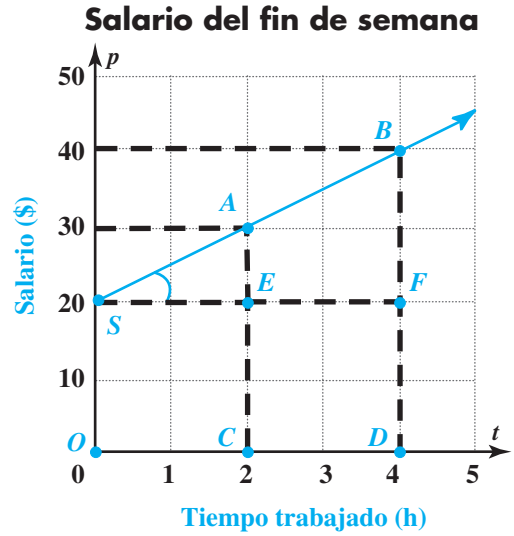
5. ¿Cuál es la tangente de $\angle AOC$? ¿Cuál es la tangente de $\angle EAF$?

6. ¿Tiene la gráfica del recorrido de Sancha una pendiente constante durante los primeros 4 minutos? Explica.

7. ¿Qué debe ser verdadero acerca de la rapidez, para que las razones $\frac{AC}{OC}$ y $\frac{ED}{OD}$ sean iguales?

Serie de problemas F

Hannah trabaja ayudando a los alumnos de una escuela primaria a hacer sus tareas. Le dan un pago fijo de \$20 por estar disponible cada fin de semana, aún cuando no la necesiten. Además, le pagan \$5 adicionales por cada hora que trabaja. La gráfica siguiente muestra el salario de Hannah durante los fines de semana, de acuerdo con el número de horas de trabajo.



1. ¿Cuánto es la tasa salarial por hora, sin incluir el pago fijo?

2. ¿Cuál es la pendiente de la recta?

3. Compara la tasa por hora con la pendiente. ¿En qué se parecen? ¿En qué difieren?

4. Expresa en palabras el significado de la razón $\frac{AC}{OC}$. Escribe en palabras el significado de la razón $\frac{BD}{OD}$.

5. Compara la razón $\frac{AC}{OC}$ con la razón $\frac{BD}{OD}$. ¿Puedes formar una proporción con estas razones? ¿Por qué?

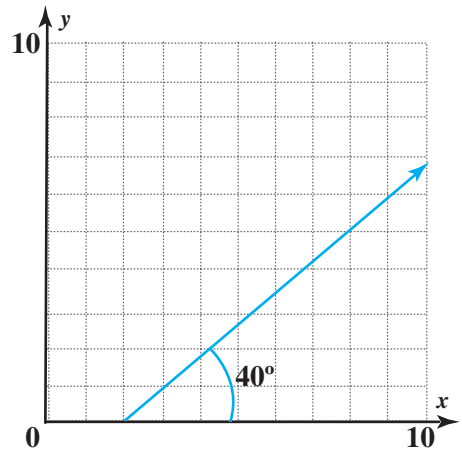
6. ¿La relación que muestra la gráfica es proporcional? ¿Por qué?

CONTENTS

Comparte & resume

1. Considera la tasa salarial y la pendiente de la gráfica del salario de Hannah. ¿Cuál de las tangentes es igual a la pendiente y la tasa salarial?

2. La gráfica siguiente muestra una recta que forma un ángulo de 40° con el eje x.



a. Calcula la pendiente de la recta usando la tangente.

b. Halla dos puntos en la recta y mide cuidadosamente sus coordenadas. Luego usa los puntos para calcular la pendiente de la recta.

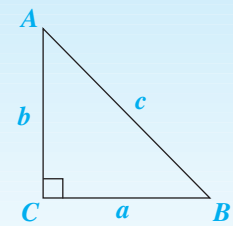
c. Compara las respuestas de la Partes a y la Parte b.

Investigación 4 El seno y el coseno

En las investigaciones anteriores, trazaste triángulos rectángulos para usar la tangente. Primero elegiste uno de los ángulos agudos, luego mediste los catetos opuesto y adyacente a dicho ángulo y finalmente obtuviste la razón de las medidas de estos catetos.

Piensa & comenta

Dado el triángulo ABC con lados a, b y c, ¿cuántas razones diferentes puedes formar con los lados? Escríbelas todas.



CONTENTS

Trigono es otra manera de llamar a un triángulo y metría quiere decir medición. Por lo tanto, la palabra trigonometría significa "medición de triángulos".

Si observas $\angle A$, sabes que la razón $\frac{a}{b}$ se conoce como tangente, pero desconoces los nombres de las otras razones. Esas razones también tienen nombres especiales y son el campo de estudio de una rama de las matemáticas llamada *trigonometría.* En esta investigación estudiarás otras dos razones.

Serie de problemas G

1. Dibuja tres triángulos rectángulos diferentes que tengan un ángulo de 65°.

a. En todos los triángulos, mide la longitud de la hipotenusa y la del cateto opuesto al ángulo de 65°.

b. Haz una tabla con los siguientes encabezados y anota cada medida. Luego calcula la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa. Anótala en forma de fracción y en forma decimal.

Cateto opuesto	Hipotenusa	Razón (fracción)	Razón (decimal)

c. ¿Qué se puede afirmar sobre esta razón?

d. ¿Esta razón será igual para todo triángulo rectángulo con un ángulo de 65°? Explica tu respuesta.

VOCABULARIO
seno

Esta razón se conoce como **seno.** La abreviación de seno es *sen.*

$$\text{sen } \angle A = \frac{\text{cateto opuesto } \angle A}{\text{hipotenusa}}$$

2. ¿Cómo puedes usar los triángulos que trazaste para aproximar el valor de sen 25°? ¿Cuál es tu resultado?

Serie de problemas H

1. Usa los tres triángulos rectángulos que dibujaste para el Problema 1 de la Serie de problemas G.

a. Mide la longitud de todos los catetos adyacentes al ángulo de 65°.

b. Haz una tabla con los siguientes encabezados y anota cada medida. Luego calcula la razón entre el cateto adyacente y la hipotenusa. Anótala en forma de fracción y en forma decimal.

Cateto adyacente	Hipotenusa	Razón (fracción)	Razón (decimal)

c. ¿Qué se puede afirmar sobre esta razón?

d. ¿Es el valor de esta razón el mismo para todo triángulo rectángulo con un ángulo de 65°? Explica tu respuesta.

VOCABULARIO
coseno

Esta razón se conoce como **coseno.** La abreviación de coseno es *cos.*

$$\cos \angle A = \frac{\text{cateto opuesto } \angle A}{\text{hipotenusa}}$$

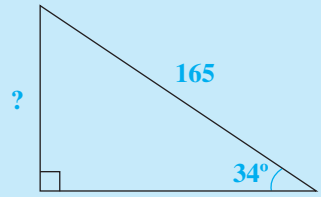
2. Ian dice que encontró un triángulo rectángulo en el que el coseno de uno de sus ángulos era $\frac{5}{4}$. Marcus dice que eso es imposible. Explica quién tiene la razón y por qué.

3. **Reto** ¿Cuáles son los valores mínimos que pueden tener el seno y el coseno de los ángulos de un triángulo rectángulo? ¿Cuáles son los valores máximos?

En la Serie de problemas I usarás una calculadora para resolver problemas sobre la longitud de los lados de un triángulo rectángulo. Para calcular el seno y el coseno de un ángulo, deberás usar las teclas de seno y coseno, SIN y COS respectivamente, del mismo modo que usaste la tecla de la tangente.

MATERIALES
calculadora graficadora

EJEMPLO



¿Cómo podrías calcular la longitud del cateto opuesto de un ángulo de 34°?

$$\text{sen } 34° = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen } 34° = \frac{?}{165}$$

Presiona SIN 34. La pantalla de la calculadora debe mostrar 0.559192903, valor que se puede aproximar como 0.5592.

$$0.5592 = \frac{x}{165}$$

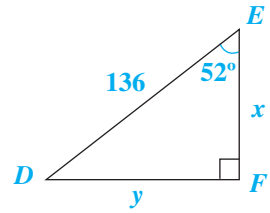
$$0.5592(165) = x$$

$$92.3 = x$$

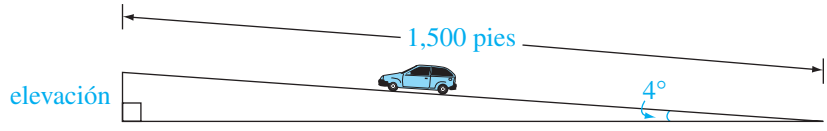
MATERIALES
calculadora graficadora

Serie de problemas

1. Calcula x y y.



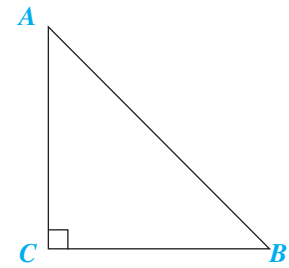
2. Un auto se desplaza en un camino cuya pendiente mide 4°. Si el auto recorre 1,500 pies en este camino, ¿cuánto ha cambiado su elevación, al pie más cercano?



CONTENTS

3. Colin halló que el valor del coseno de uno de los ángulos de un triángulo rectángulo era 0.2. Calcula la longitud de todos los lados de por lo menos dos triángulos rectángulos, en los que este valor del coseno sea verdadero. ¿Cuántos triángulos rectángulos puede haber con esta característica?

4. **Reto** Anson afirma que para todo triángulo rectángulo, el seno de un ángulo agudo siempre es igual al coseno del otro ángulo agudo. Esto significaría que en el triángulo que se muestra a la derecha, sen $A = \cos B$. ¿Crees que Anson tiene la razón? ¿Por qué?



Comparte & resume

1. Ya te has familiarizado con la tangente, el seno y el coseno de un triángulo rectángulo. ¿Cuál es la relación entre estas razones en los triángulos semejantes?

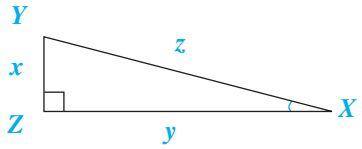
2. ¿Qué razones: seno, coseno, o tangente, pueden tener un valor mayor que 1? Explica tu respuesta.

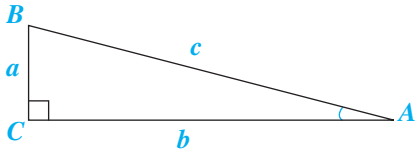
3. De acuerdo con la calculadora de David, sen 30° es igual a 0.5. Explica en palabras que significa esto, en términos de los catetos de un triángulo rectángulo con un ángulo de 30°.

Ejercicios por tu cuenta

Practica & aplica

1. Considera los siguientes triángulos rectángulos semejantes.





a. $\frac{x}{y} = \frac{1}{5}$ y $b = 2.4$ pulgadas. Calcula la longitud de a.

b. ¿Cuánto mide $\frac{1}{5}$ en forma decimal?

c. ¿Cuánto mide $\frac{a}{b}$ en forma decimal?

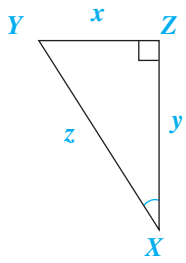
2. Considera los siguientes triángulos rectángulos semejantes.

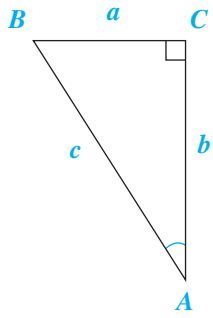
a. Si $\frac{a}{b} = 0.25$ y

$x = 19.6$ metros.

Calcula la longitud de y.

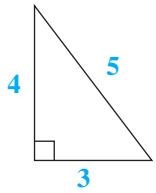
b. ¿Cuánto mide $\frac{x}{y}$ en forma decimal?



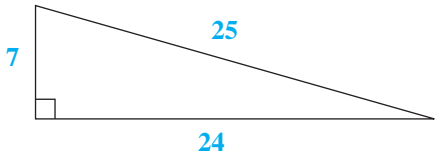


En las siguientes razones, se compara el cateto opuesto a $\angle A$ con el cateto adyacente a $\angle A$. Copia el triángulo e identifica $\angle A$.

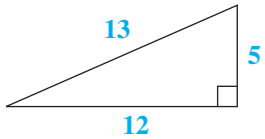
3. $\frac{4}{3}$



4. $\frac{24}{7}$



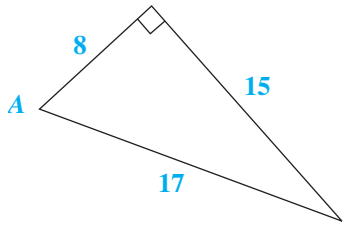
5. $\frac{5}{12}$



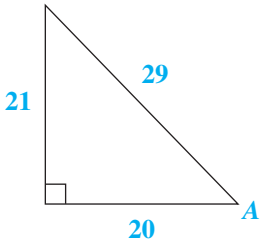
CONTENTS

En los Ejercicios 6 al 9 calcula el valor numérico del seno, el coseno y la tangente del ángulo A.

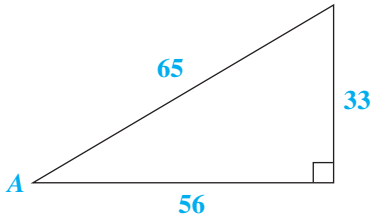
6.



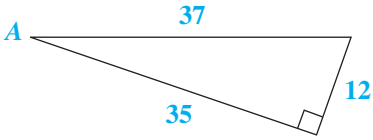
7.



8.

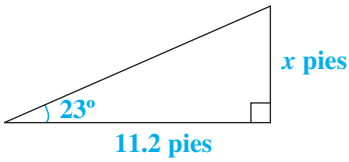


9.

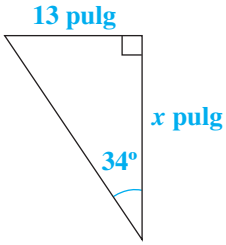


En los Ejercicios 10 al 19 usa una calculadora para obtener los valores indicados de x y y. Rodondea en centésimas.

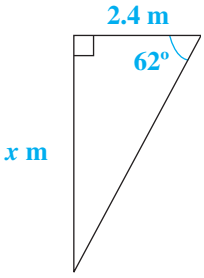
10.



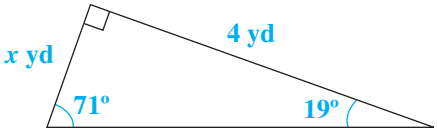
11.



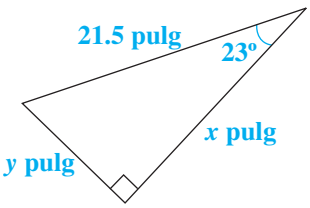
12.



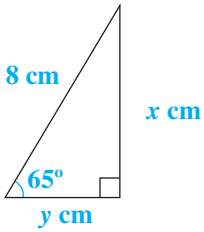
13.



14.

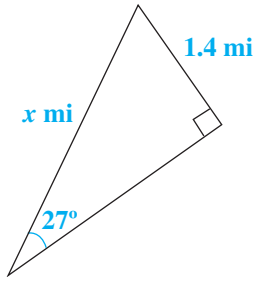


15.

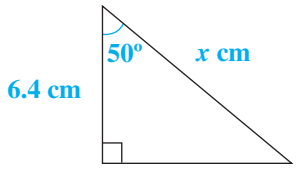


CONTENTS

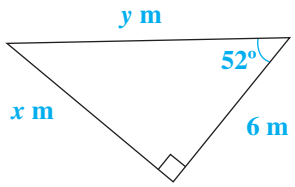
16.



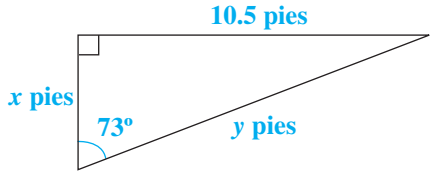
17.



18.



19.



20. En el Club del Helado, cada cono de helado cuesta $1.50.

a. Grafica esta relación usando un número de conos de 0 al 15 en el eje x y el costo de los conos de $0 hasta $25 en el eje y.

b. ¿Cuál es la pendiente de la recta?

c. Grafica los puntos (0, 0), (5, 0) y (10, 0) e identifícalos como O, C y D, respectivamente. Traza una recta vertical a través del punto C e identifica con la letra A el punto donde la recta se cruza con el eje. Dibuja una recta vertical a través del punto D e identifica con la letra B el punto donde la recta se cruza con el eje.

d. ¿Cuál es la tangente de $\angle BOD$? Compárala con la pendiente de la recta.

e. Expresa con palabras el significado de la razón $\frac{AC}{OC}$. Expresa con palabras el significado de la razón $\frac{BD}{OD}$.

f. Compara la razón $\frac{AC}{OC}$ con la razón $\frac{BD}{OD}$. ¿Se puede hacer una proporción con estas razones? ¿Por qué?

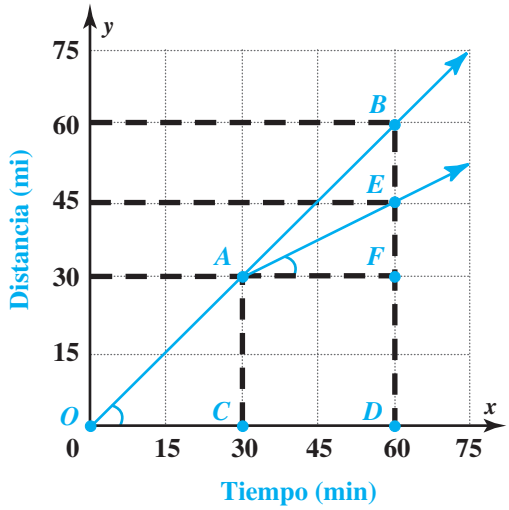
g. Si escribes estas dos razones en forma de número, ¿qué representa este número?

h. ¿Esta relación representa una variación directa? ¿Por qué?

i. ¿Son semejantes $\triangle AOC$ y $\triangle BOD$? ¿Por qué?

CONTENTS

21. Observa la siguiente gráfica.



a. Escribe un problema sobre una situación de la vida real que se pueda representar con esta gráfica.

b. Expresa con palabras el significado de la razón $\frac{AC}{OC}$. Expresa con palabras el significado de la razón $\frac{ED}{OD}$.

c. Compara la razón $\frac{AC}{OC}$ con la razón $\frac{ED}{OD}$. ¿Se puede hacer una proporción con estas razones? ¿Por qué?

d. ¿Representa la gráfica de OAE una relación de variación directa (relación proporcional)? ¿Por qué?

e. ¿Cuál es la pendiente de $\overleftrightarrow{OA}$? ¿Cuál es la pendiente de $\overleftrightarrow{AE}$?

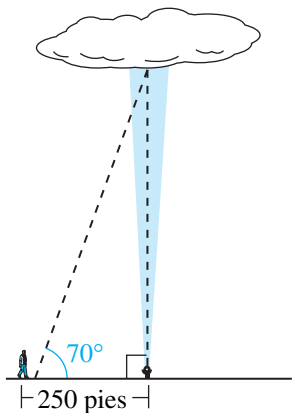
f. ¿Cuál es la tangente de $\angle AOC$? ¿Cuál es la tangente de $\angle EAF$?

g. ¿Es constante la pendiente de OAE?

h. Si ésta fuera una gráfica de rapidez, ¿qué debería ser verdad acerca de la rapidez para que las razones $\frac{AC}{OC}$ y $\frac{ED}{OD}$ fueran iguales?

Conecta & amplía

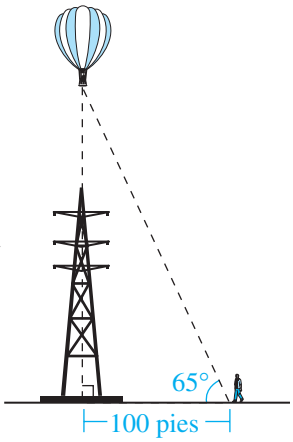
22. Los aeropuertos necesitan saber la altura de la capa de nubes para controlar el despegue y el aterrizaje del tráfico aéreo. Un método que usan los empleados del aeropuerto para medir la altura es reflejar un rayo de luz directamente hacia arriba y medir el ángulo que se forma entre un punto a cierta distancia y la luz reflejada en las nubes. Una noche, un empleado del aeropuerto se paró a 250 pies de distancia y el ángulo que midió era de 70°. ¿A que altura estaba la capa de nubes esa noche?



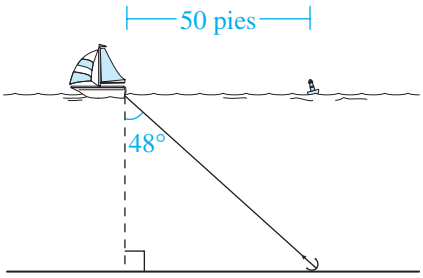
En tus propias palabras

Explica la relación entre la pendiente de una recta y la tangente de un ángulo.

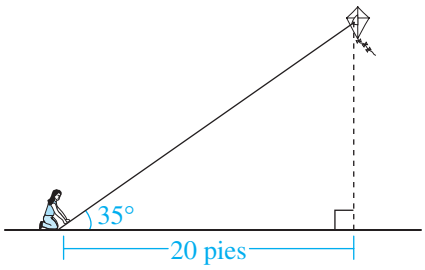
23. Un globo aerostático está volando directamente sobre una torre de electricidad de 200 pies de altura. El piloto del globo está preocupado porque cree que no va a tener suficiente espacio para maniobrar y llama por radio a su asistente en tierra. El asistente rápidamente se situó en un punto a 100 pies de distancia del centro de la torre y estimó en 65° la medida del ángulo entre el suelo en ese punto, y el fondo de la canasta del globo. ¿Cuánto espacio para maniobrar tiene el globo?



24. La tripulación de un velero suelta el ancla al pasar una boya. Una vez que el ancla llega al fondo del río, el velero recorre 50 pies más hasta que la línea del ancla se tensa y el velero se detiene. El capitán estima que la medida del ángulo entre la línea del ancla y el fondo del río es de 48°. ¿Cuál es la profundidad aproximada del río en ese punto?



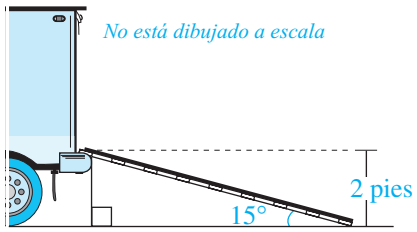
25. Jessica está arrodillada a una distancia de 20 pies (en sentido horizontal) de la cometa que está volando. Al poner la cuerda de la cometa en el suelo, estima que el ángulo que forma la cuerda con el suelo es de 35°.



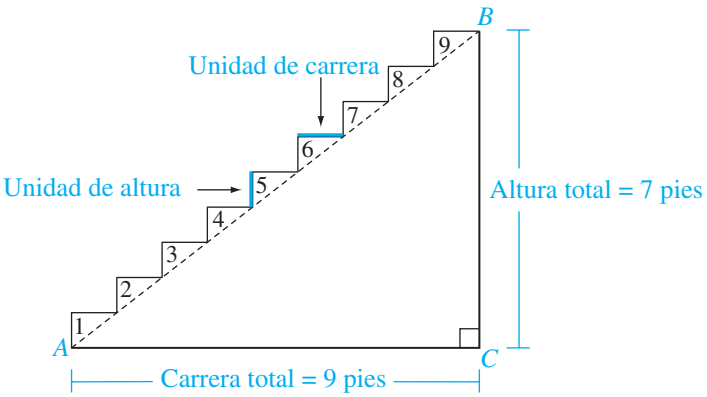
Estima la longitud de la cuerda de la cometa. Redondea en décimas de pie.

CONTENTS

26. La puerta trasera de un camión de mudanza está a 2 pies del piso. La inclinación de la rampa para cargar el camión mide 15°, como se muestra en el dibujo. Calcula la longitud de la rampa. Redondea en décimas de pie.



27. Observa el siguiente dibujo de una escalera.



a. Calcula cuánto mide cada unidad de altura y cada unidad de carrera de un peldaño. Redondea en décimas de pulgada si es necesario.

b. Los manuales de construcción tienen instrucciones para construir escaleras. Uno de estos manuales indica que el rango de medidas de la unidad de altura de una escalera tiene que ser entre 6 y 8 pulgadas, y que el total de unidades de altura más las unidades de carrera debe medir entre 17 y 18 pulgadas. ¿Está construida según las intrucciones la escalera del dibujo? ¿Por qué?

c. ¿Cuál es la razón de una unidad de altura a una unidad de carrera?

d. ¿Cuál es la relación entre la razón anterior y la pendiente de la escalera, o la pendiente de $\overleftrightarrow{AB}$?

e. Calcula la razón de la altura total a la carrera total de la escalera. ¿Cuál es la relación entre esta razón con la pendiente de la escalera o $\overleftrightarrow{AB}$?

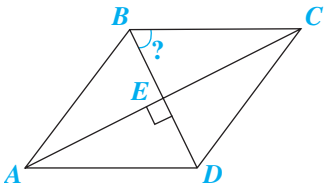
f. Compara la razón entre la unidad de altura y la unidad de carrera, con la razón entre la altura total y la carrera total. ¿Se puede formar una proporción con estas razones? ¿Por qué?

g. ¿Cómo se relacionan estas razones con la tangente de $\angle BAC$? ¿Cómo calcularías la tangente de este ángulo?

h. Dibuja una gráfica que muestre cómo la altura depende del número de peldaños que se suban.

i. ¿Cuál es la pendiente de la recta de la gráfica? ¿Cuál es la relación entre esta pendiente y los siguientes valores: la pendiente de la escalera, la razón entre la unidad de altura y la unidad de carrera, la tangente de $\angle ABC$?

28. Derrick dibujó un rombo y luego dibujó sus diagonales, como se muestra a continuación.



a. Al medir las diagonales, encontró que la longitud de la diagonal AC medía el doble que la diagonal BD. Si la longitud de la diagonal BD es x, expresa la longitud de la diagonal AC en términos de x.

b. Derrick está tratando de estimar la medida de $\angle CBE$. Sabe que las diagonales de un rombo son perpendiculares y se bisecan entre sí. Además, tiene a su disposición la siguiente tabla de valores trigonométricos.

Tabla trigonométrica

Grados	Seno	Coseno	Tangente
0	0.0000	1.0000	0.0000
5	0.0872	0.9962	0.0875
10	0.1736	0.9848	0.1763
15	0.2588	0.9659	0.2679
20	0.3420	0.9397	0.3640
25	0.4226	0.9063	0.4663
30	0.5000	0.8660	0.5774
35	0.5736	0.8192	0.7002
40	0.6428	0.7660	0.8391
45	0.7071	0.7071	1.0000
50	0.7660	0.6428	1.1918
55	0.8192	0.5736	1.4281
60	0.8660	0.5000	1.7321
65	0.9063	0.4226	2.1445
70	0.9397	0.3420	2.7475
75	0.9659	0.2588	3.7321
80	0.9848	0.1736	5.6713
85	0.9962	0.0872	11.4301
90	1.0000	0.0000	.....

Explica cómo puede estimar la medida de $\angle CBE$.

c. Si la diagonal BD mide 6 pulgadas, estima la medida de $\angle CBE$.

CONTENTS

GLOSARIO/GLOSSARY

Español	English

binomio La suma o diferencia de dos términos no semejantes. Por ejemplo: $x + 7$, $x^2 - 3$ y $a + c$ son *binomios.*

binomial The sum or difference of two unlike terms. For example, $x + 7$, $x^2 - 3$, and $a + c$ are *binomials.* [page 373]

cateto adyacente En un triángulo rectángulo con ángulo agudo A, el cateto al lado del $\angle A$.

adjacent leg In a right triangle with acute angle A, the leg next to $\angle A$. [page 662]

cateto opuesto En un triángulo rectángulo con ángulo agudo A, el cateto al otro del $\angle A$.

opposite leg In a right triangle with acute angle A, the leg across from $\angle A$. [page 662]

coeficiente El multiplicador numérico en un término algebraico. Por ejemplo: en la expresión $3x^2 - 2x + 7$, 3 es el coeficiente de x^2 y $^-2$ es el coeficiente de x.

coefficient The numeric multiplier in an algebraic term. For example, in the expression $3x^2 - 2x + 7$, 3 is the coefficient of x^2, and $^-2$ is the coefficient of x. [page 31]

congruente Que tiene el mismo tamaño y la misma forma.

congruent Having the same size and shape. [page 294]

conjetura Suposición o generalización informada que aun no se ha probado como correcta.

conjecture An educated guess or generalization that you haven't yet proved correct. [page 127]

coseno En un triángulo rectángulo con ángulo agudo A, el coseno del

$$\angle A = \frac{\text{cateto adyacente al } \angle A}{\text{hipotenusa}}.$$

cosine In a right triangle with acute angle A, the cosine of

$$\angle A = \frac{\text{leg adjacent } \angle A}{\text{hypotenuse}}.$$ [page 672]

crecimiento exponencial Patrón creciente de cambio en que una cantidad se multiplica repetidamente por un número mayor que 1.

exponential growth An increasing pattern of change in which a quantity is repeatedly multiplied by a number greater than 1. [page 169]

desarrollar Uso de la propiedad distributiva para multiplicar los factores en una expresión algebraica. Por ejemplo: puedes *desarrollar* $x(x + 3)$ para obtener $x^2 + 3x$.

expanding Using the distributive property to multiply the factors in an algebraic expression. For example, you can *expand* $x(x + 3)$ to get $x^2 + 3x$. [page 359]

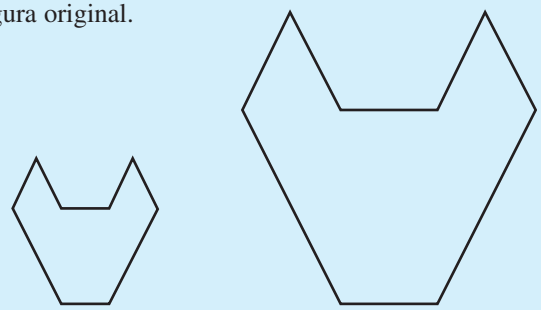
desigualdad Enunciado matemático que usa uno de los símbolos $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ o $\neq$ para comparar cantidades. Ejemplos de desigualdades son $n - 3 \leq 12$ y $9 - 2 > 1$.

inequality A mathematical statement that uses one of the symbols $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, or $\neq$ to compare quantities. Examples of inequalities are $n - 3 \leq 12$ and $9 - 2 > 1$. [page 226]

desintegración exponencial Patrón decreciente de cambio en que una cantidad se multiplica repetidamente por un número menor que 1 y mayor que 0.

exponential decay A decreasing pattern of change in which a quantity is repeatedly multiplied by a number less than 1 and greater than 0. [page 175]

dibujo a escala Dibujo que es semejante a alguna figura original.



Original Dibujo a escala

dilación Transformación que crea una figura semejante, pero no necesariamente congruente, a una figura original.

directamente proporcional Término que se usa para describir una relación entre dos variables en el cual, si el valor de una de las variables se multiplica por un número, el valor de la otra variable se multiplica por el mismo número. Por ejemplo: si Lara gana $8 por hora, entonces la variable *horas trabajadas* es *directamente proporcional* a la variable *dólares ganados.*

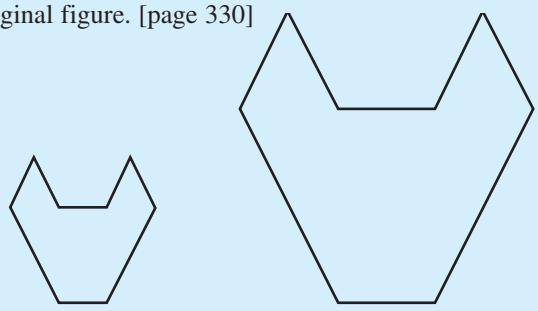
dominio El conjunto de entradas permitidas para una función. Por ejemplo: el *dominio* de $f(x) = \sqrt{x}$ son todos los números reales no negativos. El *dominio* de $g(t) = \frac{1}{t-3}$ son todos los números reales excepto 3.

ecuación Enunciado matemático que establece la igualdad de dos cantidades. Por ejemplo: los enunciados $3 - 11 = {}^{-}4 + {}^{-}4$ y $x^2 - 4 = 0$ son *ecuaciones.*

ecuación cuadrática Ecuación que se puede escribir en la forma $y = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$. Por ejemplo: $y = x^2$, $y = 3x^2 - x + 4$ y $y = {}^{-}2x^2 + 1$ son *ecuaciones cuadráticas.*

ecuación cúbica Ecuación que se puede escribir en la forma $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, *donde* $a \neq 0$. Por ejemplo: $y = 2x^3$, $y = 0.5x^3 - x^2 + 4$ y $y = x^3 - x$ son *ecuaciones cúbicas.*

scale drawing A drawing that is similar to some original figure. [page 330]



Original Scale Drawing

dilation A transformation that creates a figure similar, but not necessarily congruent, to an original figure. [page 329]

directly proportional Term used to describe a relationship between two variables in which, if the value of one variable is multiplied by a number, the value of the other variable is multiplied by the same number. For example, if Lara earns $8 per hour, then the variable *hours worked* is *directly proportional* to the variable *dollars earned.* [page 7]

domain The set of allowable inputs to a function. For example, the *domain* of $f(x) = \sqrt{x}$ is all non-negative real numbers. The *domain* of $g(t) = \frac{1}{t-3}$ is all real numbers except 3. [page 495]

equation A mathematical sentence stating that two quantities are equal. For example, the sentence $3 - 11 = {}^{-}4 + {}^{-}4$ and $x^2 - 4 = 0$ are *equations.* [page 226]

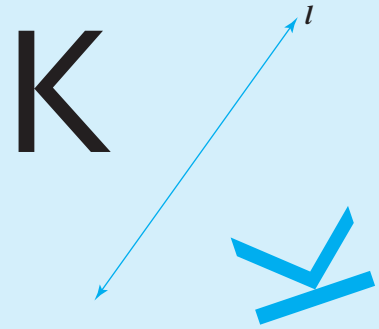
quadratic equation An equation that can be written in the form $y = ax^2 + bx + c$, where $a \neq 0$. For example, $y = x^2$, $y = 3x^2 - x + 4$, and $y = {}^{-}2x^2 + 1$ are *quadratic equations.* [page 83]

cubic equation An equation that can be written in the form $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, where $a \neq 0$. For example, $y = 2x^3$, $y = 0.5x^3 - x^2 + 4$, and $y = x^3 - x$ are *cubic equations.* [page 93]

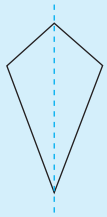
CONTENTS

Español

eje de reflexión Un *eje* sobre el cual se *refleja* una figura. En la siguiente figura, la K azul ha sido *reflejada* sobre el *eje de reflexión l* para obtener la K anaranjada.



eje de simetría Recta que divide una figura en dos mitades especulares.



eliminación Método para resolver un sistema de ecuaciones que posiblemente involucra reescribir una o ambas ecuaciones y luego sumar o restar las ecuaciones para *eliminar* una de las variables. Por ejemplo: podrías resolver el sistema $x + 2y = 9$, $3x + y = 7$ al multiplicar ambos lados de la primera ecuación por 3 y luego restar la segunda ecuación del resultado.

enésima raíz La *enésima raíz* de un número a es un número b, tal que $b^n = a$. Por ejemplo: -3 y 3 son las *cuartas raíces* de 81 porque $(^-3)^4 = 81$ y $3^4 = 81$.

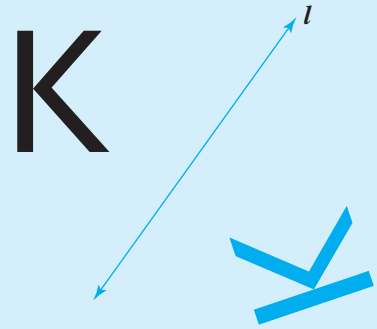
espacio muestral En una situación de probabilidad, el conjunto de todos los resultados posibles. Por ejemplo: al lanzar dos monedas al aire, el espacio muestral consta de cara/cara, cara/escudo, escudo/cara, escudo/escudo.

exponente Símbolo que se escribe más arriba y a la derecha de una cantidad y el cual indica el número de veces que la cantidad se multiplica por sí misma. Por ejemplo: $t \cdot t \cdot t$ se puede escribir como t^3.

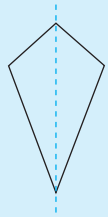
expresión algebraica Combinación de números, variables y símbolos de operaciones que resulta en un número cuando todas las variables se reemplazan con números. Ejemplos de *expresiones algebraicas* son $3n + 2$, $x^2 - 2x + 7$ y $p + q$.

English

line of reflection A *line* over which a figure is *reflected.* In the figure below, the blue K has been *reflected* over the *line of reflection l* to get the orange K. [page 292]



line of symmetry A line that divides a figure into two mirror-image halves. [page 289]



elimination A method for solving a system of equations that involves possibly rewriting one or both equations and then adding or subtracting the equations to *eliminate* a variable. For example, you could solve the system $x + 2y = 9$, $3x + y = 7$ by multiplying both sides of the first equation by 3 and then subtracting the second equation from the result. [page 266]

***n*th root** An *n*th *root* of a number a is a number b, such that $b^n = a$. For example, -3 and 3 are *fourth roots* of 81 because $(^-3)^4 = 81$ and $3^4 = 81$. [page 199]

sample space In a probability situation, the set of all possible outcomes. For example, when two coins are tossed, the sample space consists of head/head, head/tail, tail/head, tail/tail. [page 547]

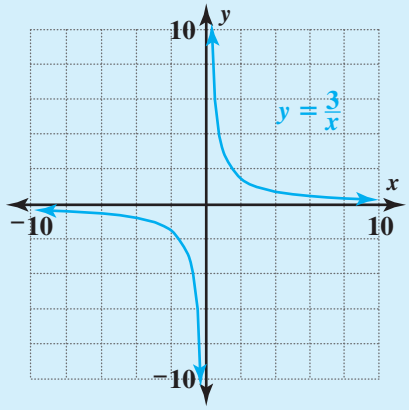
exponent A symbol written above and to the right of a quantity that tells how many times the quantity is multiplied by itself. For example, $t \cdot t \cdot t$ can be written as t^3. [page 146]

algebraic expression A combination of numbers, variables, and operation symbols that gives a number when all variables are replaced by numbers. Examples of *algebraic expressions* are $3n + 2$, $x^2 - 2x + 7$, and $p + q$. [page 356]

Español	English
expresión cuadrática Expresión que se puede escribir en la forma $ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$. Por ejemplo: $x^2 - 4$, $x^2 + 2x + 0.5$ y $^-3x^2 + 1$ son *expresiones cuadráticas.*	**quadratic expression** An expression that can be written in the form $ax^2 + bx + c$, where $a \neq 0$. For example, $x^2 - 4$, $x^2 + 2x + 0.5$, and $^-3x^2 + 1$ are *quadratic expressions.* [page 83]
factor de crecimiento En una situación en la cual una cantidad crece exponencialmente, el *factor de crecimiento* es el número por el cual se multiplica la cantidad repetidamente. El *factor de crecimiento* es siempre mayor que 1. Por ejemplo: si una población crece un 3% cada año, entonces cada año la población es 1.03 veces la población del año previo. En este caso, el *factor de crecimiento* es 1.03.	**growth factor** In a situation in which a quantity grows exponentially, the *growth factor* is the number by which the quantity is repeatedly multiplied. A *growth factor* is always greater than 1. For example, if a population grows by 3% every year, then the population each year is 1.03 times the population the previous year. In this case, the *growth factor* is 1.03. [page 169]
factor de desintegración En una situación en que una cantidad se desintegra exponencialmente, el *factor de desintegración* es el número por el cual se multiplica la cantidad repetidas veces. El *factor de descomposición* siempre es mayor que 0 y menor que 1. Por ejemplo: si el costo de una computadora disminuye en un 15% por año, entonces su valor cada año es 0.85 veces el valor del año anterior. En este caso, el *factor de descomposición* es 0.85.	**decay factor** In a situation in which a quantity decays exponentially, the *decay factor* is the number by which the quantity is repeatedly multiplied. A *decay factor* is always greater than 0 and less than 1. For example, if the value of a computer decreases by 15% per year, then its value each year is 0.85 times its value the previous year. In this case, the *decay factor* is 0.85. [page 176]
factor de escala La razón entre las longitudes de lados correspondientes de figuras semejantes. Hay dos *factores de escala* asociados con cada par de figuras semejantes no congruentes. Por ejemplo: en las figuras anteriores, el *factor de escala* de la figura pequeña a la figura grande es 2 y el *factor de escala* de la figura grande a la figura pequeña es $\frac{1}{2}$.	**scale factor** The ratio between corresponding side lengths of similar figures. There are two *scale factors* associated with every pair of non-congruent similar figures. For example, in the figures above, the *scale factor* from the small figure to the large figure is 2, and the *scale factor* from the large figure to the small figure is $\frac{1}{2}$. [page 330]
factorizar Escribir una expresión algebraica como el producto de factores. Por ejemplo: $x^2 - x - 6$ se puede *factorizar* para obtener $(x + 3)(x - 3)$.	**factoring** Writing an algebraic expression as a product of factors. For example, $x^2 - x - 6$ can be *factored* to get $(x + 3)(x - 3)$. [page 443]
forma pendiente-intersección La forma $y = mx + b$ de una ecuación lineal. La gráfica de una ecuación de esta forma tiene pendiente m e intersección y b. Por ejemplo: la gráfica de $y = {}^-x - 2$ (que se muestra arriba) tiene pendiente $^-1$ e intersección y igual a $^-2$.	**slope-intercept form** The form $y = mx + b$ of a linear equation. The graph of an equation of this form has slope m and y-intercept b. For example, the graph of $y = {}^-x - 2$ (shown above) has slope $^-1$ and y-intercept $^-2$. [page 49]
función Término que se usa para describir la relación entre una variable de entrada y una variable de salida en que sólo hay una salida para cada entrada.	**function** Term used to describe a relationship between an input variable and an output variable in which there is only one output for each input. [page 488]

CONTENTS

hipérbola La gráfica de una variación inversa.



hyperbola The graph of an inverse variation. [page 112]

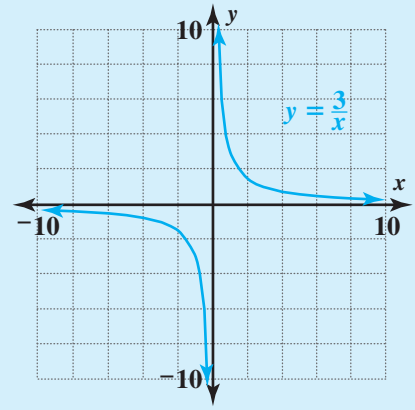
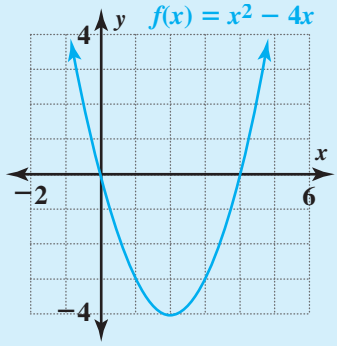


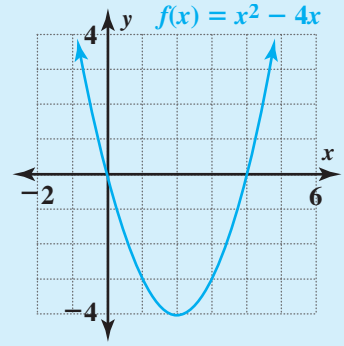
imagen Figura o punto que resulta de una transformación.

image The figure or point that results from a transformation. [page 292]

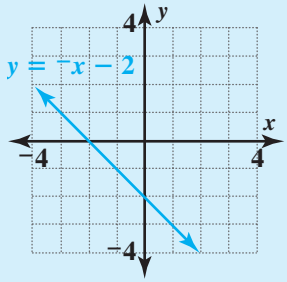
intersección *x* La coordenada *x* del punto donde la gráfica atraviesa el eje *x*. Las *intersecciones x* de la siguiente gráfica de $f(x) = x^2 - 4x$ son 0 y 4.



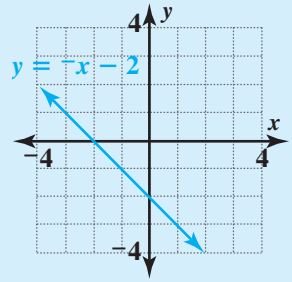
***x*-intercept** The *x*-coordinate of a point at which a graph crosses the *x*-axis. The *x-intercepts* of the graph of $f(x) = x^2 - 4x$ shown below are 0 and 4. [page 522]



intersección *y* La coordenada *y* de un punto en el cual una gráfica atraviesa el eje *y*. La gráfica de una ecuación lineal de la forma $y = mx + b$, tiene intersección *y* de *b*. Por ejemplo: la gráfica de $y = {}^-x - 2$, tiene intersección *y* de $^-2$.



***y*-intercept** The *y*-coordinate of a point at which a graph crosses the *y*-axis. The graph of a linear equation of the form $y = mx + b$, has *y*-intercept *b*. For example, the graph of $y = {}^-x - 2$, has *y*-intercept $^-2$. [page 31]



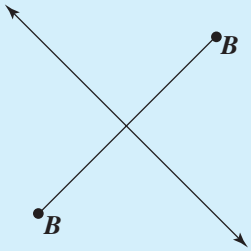
inversamente proporcional Describe una relación en que el producto de dos variables es una variable no nula. Si dos variables son *inversamente proporcionales,* entonces cuando el valor de una de las variables se multiplica por un número, el valor de la otra se

inversely proportional Term used to describe a relationship in which the product of two variables is a nonzero constant. If two variables are *inversely proportional,* then when the value of one variable is multiplied by a number, the value of the other variable

CONTENTS

multiplica por el *recíproco* de ese número. Por ejemplo: el tiempo que toma viajar 50 millas es *inversamente proporcional* a la rapidez promedio viajada.

mediatriz Recta que interseca un segmento en su punto medio y que es perpendicular al segmento.



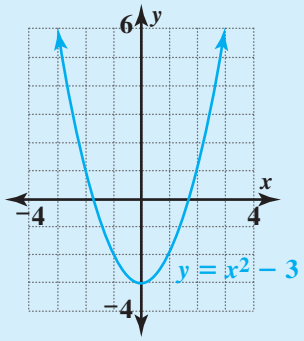
notación científica Método de escribir un número en la cual el número se expresa como el producto de una potencia de 10 y un número mayor que o igual a 1, pero menor que 10. Por ejemplo: 5,000,000 escrito en *notación científica* es 5×10^6.

números irracionales Números que no se pueden escribir como razones de dos enteros. En forma decimal, los *números irracionales* son decimales no terminales y no periódicos. Ejemplos de *números irracionales* incluyen π, $\sqrt{17}$ y $3\sqrt{2}$.

números racionales Números que se pueden escribir como razones de dos enteros. En forma decimal, los *números racionales* son números terminales o periódicos. Por ejemplo: 5, $^{-}0.274$ y $0.\overline{3}$ son *números racionales.*

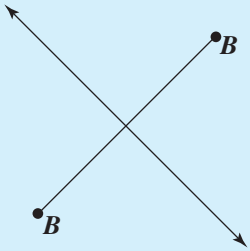
números reales El conjunto de números racionales e irracionales. Todos los números que se pueden ubicar en la recta numérica.

parábola La gráfica de una relación cuadrática.



is multiplied by the *reciprocal* of that number. For example, the time it takes to travel 50 miles is *inversely proportional* to the average speed traveled. [page 113]

perpendicular bisector A line that intersects a segment at its midpoint and is perpendicular to the segment. [page 294]



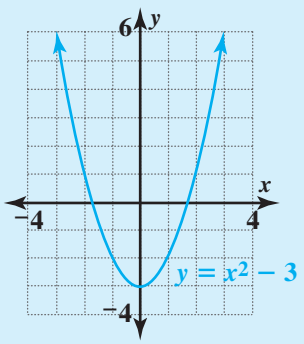
scientific notation The method of writing a number in which the number is expressed as the product of a power of 10 and a number greater than or equal to 1 but less than 10. For example, 5,000,000 written in *scientific notation* is 5×10^6. [page 148]

irrational numbers Numbers that cannot be written as ratios of two integers. In decimal form, *irrational numbers* are non-terminating and non-repeating. Examples of *irrational numbers* include π, $\sqrt{17}$, and $3\sqrt{2}$. [page 200]

rational numbers Numbers that can be written as ratios of two integers. In decimal form, *rational numbers* are terminating or repeating. For example, 5, $^{-}0.274$, and $0.\overline{3}$ are *rational numbers.* [page 200]

real numbers The set of rational and irrational numbers. All the numbers that can be located on the number line. [page 200]

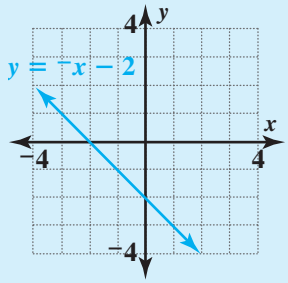
parabola The graph of a quadratic relationship. [page 71]



CONTENTS

Español

pendiente La razón $\left(\frac{\text{altura}}{\text{carrera}}\right)$ que se usa para describir el grado de inclinación de una recta no vertical. Dados los dos puntos de una recta no vertical, puedes calcular la *pendiente* al dividir la diferencia de las coordenadas *y* entre la diferencia de las coordenadas *x*. (Asegúrate de restar las coordenadas *x* y *y* en el mismo orden.) Si una ecuación lineal se escribe en la forma $y = mx + b$, el valor *m* es la *pendiente* de la gráfica. Por ejemplo: la *pendiente* de la gráfica de $y = {}^{-}x - 2$ es $^{-}1$.



propiedad distributiva La *propiedad distributiva de la multiplicación sobre la adición* establece que para todo número *n, a* y *b*, $n(a + b) = na + nb$. La *propiedad distributiva de la multiplicación sobre la sustracción* establece que para todo número *n, a* y *b*, $n(a - b) = na - nb$.

radical Símbolo $\sqrt{\ }$ que se usa para indicar la raíz de un número. El símbolo $\sqrt{\ }$ por sí sólo indica la raíz cuadrada positiva. El símbolo $\sqrt[n]{\ }$ indica la *en*ésima raíz de un número. Por ejemplo: $\sqrt{25} = 5$ y $\sqrt[3]{^{-}64} = {}^{-}4$.

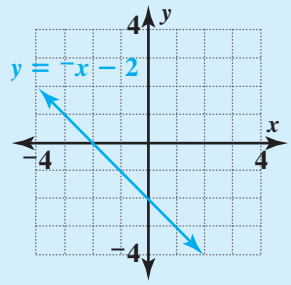
raíz cuadrada La *raíz cuadrada* de un número *a* es un número *b*, tal que $b^2 = a$. Por ejemplo: $^{-}9$ y 9 son *raíces cuadradas* de 81 porque $(^{-}9)^2 = 81$ y $9^2 = 81$.

rango Todos los posibles valores de salida de una función. Por ejemplo: el *rango* de $h(x) = x^2 + 2$ son todos los números reales mayores que o iguales a 2. El *rango* de $f(x) = {}^{-}\sqrt{x}$ son todos los números reales menores que o iguales a 0.

razones trigonométricas Las razones de las medidas de dos lados de un triángulo rectángulo.

English

slope The ratio $\left(\frac{\text{rise}}{\text{run}}\right)$ used to describe the steepness of a non-vertical line. Given the two points on a non-vertical line, you can calculate the *slope* by dividing the difference in the *y* coordinates by the difference in the *x* coordinates. (Be sure to subtract the *x* and *y* coordinates in the same order.) If a linear equation is written in the form $y = mx + b$, the value *m* is the *slope* of its graph. For example, the graph of $y = {}^{-}x - 2$, has *slope* $^{-}1$. [page 27]



distributive property The *distributive property of multiplication over addition* states that for any numbers *n, a,* and *b*, $n(a + b) = na + nb$. The *distributive property of multiplication over subtraction* states that for any numbers *n, a,* and *b*, $n(a - b) = na - nb$. [page 358]

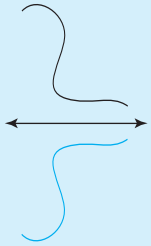
radical sign A symbol $\sqrt{\ }$ used to indicate a root of a number. The symbol $\sqrt{\ }$ by itself indicates the positive square root. The symbol $\sqrt[n]{\ }$ indicates the *n*th root of a number. For example, $\sqrt{25} = 5$ and $\sqrt[3]{^{-}64} = {}^{-}4$. [page 191]

square root A *square root* of a number *a* is a number *b*, such that $b^2 = a$. For example, $^{-}9$ and 9 are *square roots* of 81 because $(^{-}9)^2 = 81$ and $9^2 = 81$. [page 190]

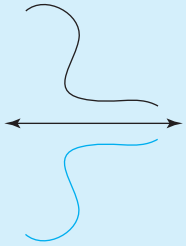
range All the possible output values for a function. For example, the *range* of $h(x) = x^2 + 2$ is all real numbers greater than or equal to 2. The *range* of $f(x) = {}^{-}\sqrt{x}$ is all real numbers less than or equal to 0. [page 518]

trigonometric ratios The ratios of the measures of two sides of a right triangle. [page 671]

reflexión sobre una recta Transformación en que cada punto de una figura corresponde con su imagen especular sobre una recta. En la siguiente figura, la curva azul se *reflejó sobre la recta* para crear la anaranjada.



reflection over a line A transformation that matches each point on a figure to its mirror image over a line. In the figure below the blue curve has been *reflected over the line* to create the orange curve. [page 292]



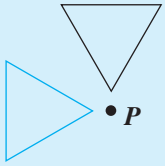
relación lineal Relación cuya gráfica es una recta. Las relaciones lineales se caracterizan por una tasa constante de cambio: cada vez que el valor de una de las variables cambia por una cantidad fija, el valor de la otra variable cambia por una cantidad fija. La ecuación de una *relación lineal* se puede escribir en la forma $y = mx + b$, donde m es la pendiente de la gráfica y b es su intersección y.

linear relationship A relationship with a graph that is a straight line. Linear relationships are characterized by a constant rate of change—each time the value of one variable changes by a fixed amount, the value of the other variable changes by a fixed amount. The equation for a *linear relationship* can be written in the form $y = mx + b$, where m is the slope of the graph and b is its y-intercept. [page 4]

relación recíproca Ver *variación inversa.*

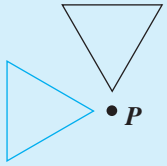
reciprocal relationship See *inverse variation.* [page 115]

rotación Transformación en que se le da vuelta a una figura alrededor de un punto. Un ángulo de rotación positivo indica una rotación en dirección contraria a las manecillas del reloj; un ángulo de rotación negativo indica una rotación en la dirección de las manecillas del reloj. Por ejemplo: el triángulo anaranjado a la derecha se creó al *rotar* el triángulo azul 90° alrededor del punto *P*.



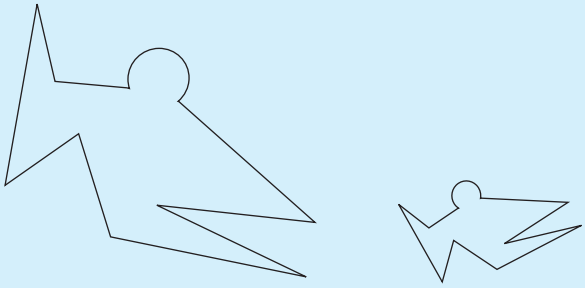
rotación de 90° alrededor del punto *P*

rotation A transformation in which a figure is turned about a point. A positive angle of rotation indicates a counterclockwise rotation; a negative angle of rotation indicates a clockwise rotation. For example, the orange triangle at the right was created by *rotating* the blue triangle 90° about point *P*. [page 305]

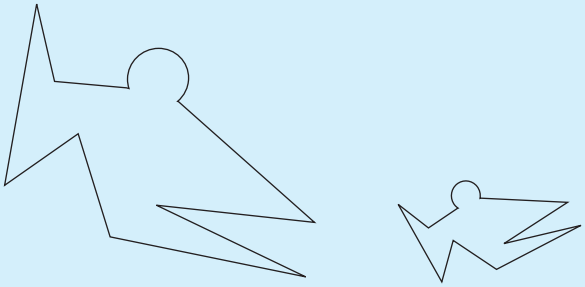


90° rotation about point *P*

semejante Que tiene la misma forma.



similar Having the same shape. [page 294]



seno En un triángulo rectángulo con ángulo agudo A, el seno del

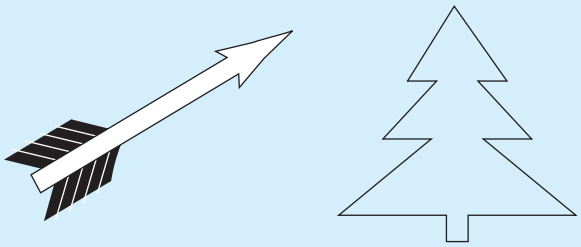
$$\angle A = \frac{\text{cateto opuesto al } \angle A}{\text{hipotenusa}}.$$

sine In a right triangle with acute angle A, the sine of

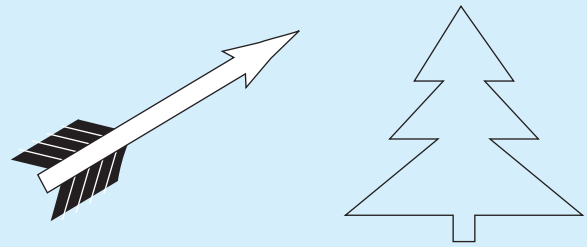
$$\angle A = \frac{\text{leg opposite } \angle A}{\text{hypotenuse}}.$$ [page 671]

CONTENTS

simetría de reflexión Una figura tiene *simetría de reflexión* (simetría lineal) si puedes dibujar una recta que divida la figura en dos mitades especulares. Las siguientes figuras tienen simetría de reflexión.



reflection symmetry A figure has *reflection symmetry* (or line symmetry) if you can draw a line that divides the figure into two mirror-image halves. The figures below have reflection symmetry. [page 289]



simetría de rotación Una figura tiene *simetría de rotación* si se puede rotar alrededor de un punto central *sin voltearla completamente a su alrededor* y se puede hallar un lugar en donde se ve exactamente como se veía en su posición original. Las siguientes figuras tienen *simetría de rotación.*

rotation symmetry A figure has *rotation symmetry* if you can rotate it about a centerpoint *without turning it all the way around,* and find a place where it looks exactly as it did in its original position. The figures below have *rotation symmetry.* [page 303]

simetría lineal Ver *simetría de reflexión.*

line symmetry See *reflection symmetry.*

sistema de ecuaciones Grupo de dos o más ecuaciones con las mismas variables.

system of equations A group of two or more equations with the same variables. [page 257]

sustitución Método para resolver un sistema de ecuaciones y que involucra el uso de las ecuaciones para escribir una expresión para una de las variables en términos de la otra variable y luego *sustituir* esa expresión en la otra ecuación. Por ejemplo: para resolver el sistema $y = 2x + 1$, $3x + y = 11$ podrías primero *sustituir* la y en la segunda ecuación con $2x + 1$.

substitution A method for solving a system of equations that involves using one of the equations to write an expression for one variable in terms of the other variable, and then *substituting* that expression into the other equation. For example, you could solve the system $y = 2x + 1$, $3x + y = 11$ by first *substituting* $2x + 1$ for y in the second equation. [page 264]

término Parte de una expresión algebraica compuesta de números y/o variables que se multiplican entre sí. Por ejemplo: en la expresión $5x - 7x^2 + 2$, los términos son $5x$, $^{-}7x^2$ y 2.

term A part of an algebraic expression made up of numbers and/or variables multiplied together. For example, in the expression $5x - 7x^2 + 2$, the terms are $5x$, $^{-}7x^2$, and 2. [page 363]

términos semejantes En una expresión algebraica, los términos con las mismas variables elevadas a las mismas potencias. Por ejemplo: en la expresión $x + 3 - 7x + 8x^2 - 2x^2 + 1$, $8x^2$ y $-2x^2$ son *términos semejantes, x* y $^{-}7x$ son *términos semejantes y* 3 y 1 son *términos semejantes.*

like terms In an algebraic expression, terms with the same variables raised to the same powers. For example, in the expression $x + 3 - 7x + 8x^2 - 2x^2 + 1$, $8x^2$ and $-2x^2$ are *like terms, x* and $^{-}7x$ are *like terms,* and 3 and 1 are *like terms.* [page 363]

transformación Una manera de crear una figura semejante o congruente a una figura original. Las

transformation A way of creating a figure similar or congruent to an original figure. Reflections,

reflexiones, las rotaciones, las traslaciones y las dilataciones son cuatro tipos de *transformaciones.*

traslación Una transformación dentro de un plano en que la figura se mueve una distancia específica en una dirección dada. Por ejemplo: la primera de las figuras que siguen se *trasladó* 1 pulgada a la derecha para obtener la segunda figura.

trinomio Expresión con tres términos no semejantes. Por ejemplo: $b^2 + 10b + 25$ es un *trinomio.*

variable Cantidad que cambia o varía o cantidad desconocida.

variación directa Relación en que dos variables son directamente proporcionales. La ecuación para una *variación directa* se puede escribir en la forma $y = mx$, donde $m \neq 0$. La gráfica de una *variación directa* es una recta a través del origen (0, 0).

variación inversa Relación en que dos variables son inversamente proporcionales. La ecuación de una *variación inversa* se puede escribir en la forma $xy = c$, o $y = \frac{c}{x}$, donde c es una constante no nula. La gráfica de una *variación inversa* es una hipérbola.

vector Segmento de recta con punta de flecha que se usa para describir traslaciones. La longitud del *vector* indica la cantidad que hay que trasladar y la punta de flecha indica la dirección.

rotations, translations, and dilations are four types of *transformations.* [page 288]

translation A transformation within a plane in which a figure is moved a specific distance in a specific direction. For example, the first figure below was *translated* 1 inch to the right to get the second figure. [page 313]

trinomial An expression with three unlike terms. For example, $b^2 + 10b + 25$ is a *trinomial.* [page 443]

variable A quantity that can change or vary, or an unknown quantity. [page 4]

direct variation A relationship in which two variables are directly proportional. The equation for a *direct variation* can be written in the form $y = mx$, where $m \neq 0$. The graph of a *direct variation* is a line through the origin (0, 0). [page 7]

inverse variation A relationship in which two variables are inversely proportional. The equation for an *inverse variation* can be written in the form $xy = c$, or $y = \frac{c}{x}$, where c is a nonzero constant. The graph of an *inverse variation* is a hyperbola. [page 113]

vector A line segment with an arrowhead used to describe translations. The length of the *vector* tells how far to translate and the arrowhead gives the direction. [page 313]

ÍNDICE

A

Aceleración 255

Acertijos, diseño gráfico 96–97

Acertijos de diseños, resuelve 96–97

Adición
- **de fracciones algebraicas** 411–416
- **sistemas horarios** 219–222

Altura 656

Ángulo
- **congruente** 329
- **correspondiente** 280
- **de polígonos** 510
- **de rotación** 303–308
- **recto** 42

Año luz 455

Aplicaciones
- **arquitectura** 41
- **astronomía** 167, 455
- **bellas artes** 58–59, 165, 336
- **ciencia** 63
- **ciencia de la vida** 58, 167, 182, 183, 184, 186, 338, 441, 595, 644, 649
- **ciencia física** 81, 123, 164, 238, 249, 251, 255, 276, 397, 408–409, 479, 507, 510, 533, 642
- **ciencia terrestre** 45, 626–627
- **deportes** 101, 166, 189, 237, 300, 325, 463, 591, 593
- **economía** 389, 423, 508, 512, 616, 643, 647
- **estadística** 338, 352, 410, 537, 630
- **estudios sociales** 61, 162, 164, 165, 182, 185, 617–618, 621, 645
- **geografía** 622
- **geometría** 22, 23, 62, 63, 188, 205, 206, 255, 280, 301, 338, 425, 441, 452, 454, 464, 465, 479, 509, 510, 513, 533, 535, 536, 564
- **historia** 278, 464, 480
- **química** 186–187
- **sentido numérico** 137
- **tecnología** 337, 651

Área
- **de un círculo** 22, 70, 78, 615
- **de un rectángulo** 500–501
- **del sector** 564
- **máxima** 499–500

Aumento de porcentaje 617

B

Barómetro 656

Base 146, 149

Billón 157

Binomio(s) 373
- **expande productos de** 373–398
- **patrones en productos de** 390–399

Bisectriz 294
- **perpendicular** 294–296

Bit 651

Bujía-pie 437

Byte 651

C

Calculadora
- **delta** 246
- **tecla de raíz cuadrada** 190
- **tecla de recíproco** 114

Calculadora graficadora 30, 31, 36–37, 46, 55, 76, 89, 91, 94, 95, 96–97, 118, 173, 174, 175, 177, 180, 240, 242, 244, 246, 247, 248, 257, 259, 265, 364, 401, 402, 418, 420, 493, 497, 498, 500, 501, 502, 515, 516, 517, 519, 520, 522, 524, 526, 527, 605, 607, 632, 633, 634, 635, 652
- **función Table** 245, 246, 247, 248
- **función Trace** 242, 283
- **función Zoom** 161, 243, 283

Cero
- **como exponente** 149
- **división entre** 114

Cilindro, fórmula del volumen de 62–63, 338

Círculo
- **área** 22, 70, 78, 615
- **circunferencia** 280
- **concéntrico** 614
- **radio** 78
- **sector de** 564

Circunferencia 280

Coeficiente 31, 64, 83, 87

Combinación 583–586

Completar el cuadrado 459–462, 483–484

Computadora 270
- **programa de dibujo** 331
- **programa de hoja de cálculos** 270–274

Conjetura, verifica y mejora 73, 214, 240, 245

Conjetura(s) 44, 127–139, 143
- **de Goldbach** 137

Constante 87
- **diferencia** 40, 189
- **función** 491
- **gravitatoria** 408
- **productos** 116–119

Contraejemplo 131, 136–137, 147, 380

Coordenada *x* 27

Coordenada *y* 27

Coordenadas
- **traslación con** 343–345
- **y transformaciones** 339–352

Coseno 672

Criptología 623–624

Cuadrados 94
- **completa** 456–465, 484
- **de binomios** 390–392

diferencias de 129–130, 134, 393–395, 443–444
número 85
perfecto 457

Cuadrángulo 94

Cuadrantes de una gráfica 36

Cuadrática(s)
compara 93–95
ecuaciones 68–73, 83–89, 93–106, 128, 139–140, 207, 430–485
expresiones 83, 139, 442–444
factorización, resuelve mediante 448–450
familias 83–92
fórmula 466–475, 483–484
gráficas 70–73, 84–89, 96–105, 140, 515–524, 539, 646
patrones 74–79
relaciones 70–82, 90–92, 106, 139–140, 142
resuelve completando el cuadrado 459–461
tablas 84–87

Cuadrilátero
cuadrado 94
paralelogramo 291
trapecio 297

Cubo 94

D

Datos 600–658
busca tendencias 608–612
encaja rectas a 51–55, 66, 632
mapas 612–655
modela con 600–658
patrones en tablas y gráficas 602–630
valores atípicos 54

Decimal no terminal 201

Decimal periódico 201

Decimales
no periódicos, periódicos 201
no terminales, no periódicos 201
terminales 201

Delta 246

Denominador común 412–416

Densidad demográfica 615

Depreciación 176–178

Descomposición 175–181, 186

Desigualdades 226–239, 281
grafica 232–234
resuelve 229–231

Deslizamiento 313–315

Desplazamiento 313–315

Diagonal 76, 454

Diagrama de árbol 551, 552

Diagrama de caja y patillas 537

Diagrama de tallo y hojas 537

Dibujo a escala 330, 353
método de coordenadas 330, 333
método de proyección 331–332, 333

Dibujo a perspectiva 336

Diferencias 128–130
constantes 40, 189
de cuadrados 129, 130, 134, 393–395, 443–444
de diferencias 128
de fracciones algebraicas 411–417

Dilatación 329–338, 353–354

Directamente proporcional 7, 64, 113

Diseños lineales, haz 36–37

Distancia
de frenado 81
fórmula 328, 348, 350, 407
reacción 81

División
de fracciones 405
tabla 154, 158, 164, 165

Dodecahedro 574

Dominio 495–496, 519, 538

E

Ecología 617, 625

Ecuaciones
con fracciones, resuelve 417–420, 428
cuadráticas 68–73, 83–89, 98–106, 139–140, 442–475, 483–484
cuárticas 136
cúbicas 93–95, 139, 527
equivalentes 225, 268
específicas 466
exponenciales 106
familias de 116, 118
forma pendiente-intersección de una recta 31–32, 49–50, 64–65
generales 466
gráficas de 29–31, 46–47, 65, 71, 240–244, 256–259
gráficas lineales 29–31, 46–47, 65, 71
lineales 5, 7–22, 29–35, 46–47, 49–50, 128
modela datos 632–635
movimiento 470
rectas paralelas 50
resuelve 214–285, 417–420, 428, 432–471, 483–484
sistemas de 256–280
usa puntos y pendientes para escribir 31–35
variación inversa 109–124

Ecuaciones lineales 5, 7–22, 29–35, 49–50, 261
escribe 64–65
grafica 29–31, 46–47, 65, 71
y* = *mx* + *b 31–32, 49–50, 64–65, 84, 87

Eje de reflexión 292, 353

Eje de simetría 71, 289–291, 353, 523

Eje *x* 238, 280, 522

Eje *y* 238, 522

Ejercicios de reto 104, 162, 163, 166, 188, 203, 205, 206, 238, 327, 370, 397, 398, 447, 451, 453, 479, 480, 481, 511, 560, 589, 593, 594, 618, 624, 641, 646

CONTENTS

Elemento de diseño básico 305

Eliminación 266, 281
- **resuelve sistemas de ecuaciones mediante** 266–269, 277, 281, 285

Elipse 297

Ellipsis (...) 146

Energía cinética 450

***En*ésimas raíces** 197–199, 208

Entero
- **consecutivo** 127
- **exponentes** 149–152, 208
- **resta** 364

Escala
- **factor** 206, 330, 353
- **y pendiente** 30–31

Escala Richter 626–628

Escher 318

Esfera 299

Espacio muestral 547, 596

Estrategias para contar 544–564

Expande expresiones 359, 426

Exploraciones 4–5, 29, 31–32, 46, 70–71, 108–109, 127, 146, 169, 190, 240, 256–257, 260, 289, 329, 339, 390

Exponencial(es)
- **cambio** 169
- **crecimiento** 169–174, 178–181
- **descomposición** 175–181, 186, 351
- **funciones** 646
- **gráficas** 173–181, 184, 187, 209, 646
- **relaciones** 106, 169–189, 209
- **variación** 145–211

Exponentes 145–168, 526
- **entero negativo** 114, 149–151
- **entero positivo** 146–149
- **enteros** 149–152, 208
- **leyes de** 153–158, 210
- **racionales** 199, 526

Expresiones 356–429
- **binomiales** 373–389
- **cuadráticas** 83, 139, 442–444
- **expande** 359–361, 373–398
- **fracciones** 400–424
- **multiplica** 373–389
- **radicales** 194
- **reduce** 362–365, 404, 428
- **trinomiales** 387, 395

Expresiones algebraicas 356–429
- **cuadráticas** 83, 139, 442–444
- **expande** 359
- **fracciones** 400–424
- **multiplica** 373–389
- **reduce** 362–365, 404, 428
- **trinómicas** 387, 395, 443–444, 447, 458

F

Factor de crecimiento 169, 208

Factor de descomposición 176

Factorización 443, 483
- **expresiones cuadráticas** 442–454
- **resuelve mediante** 442–455, 484

Familias cuadráticas 83

Familias de rectas 46

Figura bidimensional
- **área de** 22, 70, 78, 499–501, 564, 615
- **cuadrilátero** 291, 297
- **círculo** 22, 70, 78, 280, 614–615
- **heptágono** 77
- **hexágono** 76, 314
- **pentágono** 574
- **polígono** 76
- **triángulo** 206, 290–291, 297, 574

Figura tridimensional
- **cilindro** 62–63, 338
- **cubo** 94
- **esfera** 299
- **pirámide** 229
- **prisma** 299, 311
- **volumen de** 62–63, 72, 338, 502

Figuras congruentes 280, 294, 308, 315

Figuras semejantes 206, 280, 294, 308, 315
- **rectángulos áureos** 475–478

Flujogramas 215, 217, 281, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439

Forma pendiente-intersección 31–32, 49–50, 64–65

Fracción unitaria 414

Fracciones
- **algebraicas** 400–424, 449
- **divide** 405
- **en ecuaciones** 417–420
- **equivalentes** 207
- **exponentes** 199
- **multiplica** 405
- **probabilidad** 554, 564
- **reduce** 404–406
- **resta** 411–417
- **suma** 411–416

Fracciones algebraicas 400–424, 449
- **divide** 405
- **en ecuaciones** 417–420
- **multiplica** 405
- **reduce** 404–406
- **resta** 411–417
- **suma** 411–416

Funciones 488–541, 623
- **constantes** 491
- **gráficas de** 486–541
- **intersecciones de** 525–527, 540
- **lineales** 490
- **recíprocas** 646
- **relaciones y** 488, 541
- **valor máximo de** 497–500
- **valor mínimo de** 501

G

Ganancia neta 637

Gauss, Carl Friedrich 464

Gráficas
- **cuadrantes de** 36
- **cuadráticas** 70–73, 84–89, 96–106, 140, 515–524, 539, 646
- **de barras** 570, 572, 575, 625
- **de caja y patillas** 537

de desigualdades 232–234, 236–239, 282, 465
de ecuaciones exponenciales 173–181, 184, 187, 209, 646
de funciones 488, 494, 497–499, 514–541, 539, 646
de sistemas de ecuaciones 256–259, 540
de una parábola 70–73, 83, 92, 97, 139, 168
ecuaciones, usa para resolver 240–244, 256–259, 283, 419
en el plano de coordenadas 339–352
encaja rectas a datos en 51–56, 61–63, 66
funciones recíprocas 646
hipérbola 112–119, 139
histograma 537, 614, 627
lineales 4–5, 8–12, 14, 16–17, 19–22, 66, 84, 349
no lineales 9, 14
patrones de datos en 602–630
pendiente de una recta 27–31, 38–40, 42–45, 47–48, 50
recta 4–5
recta numérica 232–234, 236, 238, 282
valores máximos 497
variación directa 8–9, 12, 14, 16–17, 19, 20–22

Gramo 441

H

"Haz lo mismo a ambos lados" 216, 223, 231, 281, 284 456

Heptágono 77

Hexágono 76, 314

Hipérbola 112, 139

Hipotenusa 660

Histograma 537, 614, 627

Hoja de cálculos 270–274
prepara una 271–272
programa de 270
usa la 272–274

I

Icoságono 77

Imagen 292, 353

Ingreso bruto 637

Ingresos 80, 643

Interés 184

Interés compuesto 184

Intersección *x* 522–524, 538

Intersección *y* 31–32, 64

Inversamente proporcional 113, 139

Inverso
aditivo 220, 222
operaciones 150
proporción 112–115
relaciones 68–69, 141–142
variación 108–126, 139, 400

Investigaciones de laboratorio
diseños lineales, haz 36–37
gráficas de acertijos de diseño, resuelve 96–97
haz los cortes 366–367
hoja de cálculos, usa para resolver problemas con dos variables 270–274
ingredientes para pizza 545–546
la caja más grande 502–503
la razón aúrea 475–478
modela nuestro sistema solar 159–161
sistemas horarios 219–222
teselados, haz 318–321

J

Joules 458

Juegos
Anaranjado y blanco 590
Apodérate del terreno 571, 579
¿Cuál es la diferencia? 569–570, 575, 576
¿Cuál es mi regla? 43
Dados ocultos 580
Escala montañas 578–579
Lotería 590, 592, 593
¿Más alto o más bajo? 598
Mezcla colores 576

K

Kilobyte 651

Kilogramo 441

Kilómetro 441

L

Lado adyacente 662

Lado opuesto 662

Lados correspondientes 280, 329, 476

Ley de cuadrados inversos 437

Ley de la potencia de una potencia 153

Leyes de cocientes 153

Line simetría 289, 353

Longitud 337, 441

Lumen 175

M

Mapas 622, 655
a gráficas 612–615

Máquinas de funciones 488–492, 504–505

Máximo común divisor 312

Media 53

Media vida 186

Mediana 45

Mediatriz 294, 353
método para reflejar una figura 295–296

Medidas
área 22, 70, 78, 499–500, 615
barómetro 656
bujía-pie 436
byte 651

CONTENTS

circunferencia 280
escala Richter 626–628
indirecta 660–661, 665–666, 672, 677–679
Joules 458
kilobyte 651
longitud 337, 441, 455, 513
lumen 175
masa 441
perímetro 499–501
presión atmosférica 656
volumen 62–63, 72, 338, 502

Medidas de tendencia central
media 53
mediana 45

Método de proyección 331

Metro 441

Milla 337, 413

Mínimo 519, 539

Modela 52
con datos 52–55, 600–658

N

Notación científica 148, 151–152, 156–161, 208

Número binario 651

Número entero 555

Números
complejos 192, 198–199
impares 132, 566–568
irracionales 200–202, 208, 210
pares 132, 566–568
primos 131
racionales 200–202, 208, 210
reales 192, 200, 208, 219

Números negativos
como exponentes 114, 149–151
potencias de 148

Números triangulares 454

O

Octaedro 574

Opuestos 364

Orientación 313

Origen 8, 47, 96

P

Parabola 71, 83, 97, 139, 514–524

Paradoja 640–641

Paralelogramo 291

Pares de coordenadas 339

Pares ordenados 339

Patrones 146
cuadráticos 74–77
cuenta estrategias 554–557

Pendiente 24–45, 64–65
conexión entre tangente, tasa, proporcionalidad y 667–670
describe 25–29
y escala 30–31
y puntos, usa para escribir ecuaciones 32–35

Pentágono 574

Perímetro 499–501

Permutación 551–554

pi (π) 22, 78, 202

Pies 337, 437

Pirámide 229

Plano de coordenadas
cuadrantes 36
origen 8, 47, 96

Planos de simetría 299

Polígono 76
ángulos de 510
cuadrilátero 291, 297
diagonales de 454
heptágono 77
hexágono 76, 314
pentágono 574
triángulo 206, 290–291, 297, 574

Población modelo 638–639, 652

Predicciones, usa una gráfica lineal para hacer 66

Presión atmosférica 656

Prisma 299, 311

Prisma rectangular,
eje de rotación 311
volumen de 72, 502–503

Prisma triangular 311

Probabilidad 542–599
cuenta estrategias 544–564
distribuciones 565–581
ejercicios y aplicaciones 372, 482
investigaciones 582–595

Producto
de binomios 373–398
de fracciones 405
leyes 153

Projecciones 486

Propiedad distributiva 358–359, 361, 368, 372, 376, 378–379, 427

Proporcional 7, 9, 64, 261, 329
directamente 7, 64, 113
inversamente 113, 139

Proporcionalidad, conexión entre tangente, pendiente, tasa y 667–670

Pulgada 513

Punto de proyección 332

Punto medio de un segmento 332

Punto(s)
colineal 48–49, 207
de equilibrio 262
de fuga 336–337
de quiebra 632
intersección *x* 522–524, 538
intersección *y* 31–32, 64
origen 8, 47, 96
punto medio 332
vértice 88, 139, 519
y pendientes, usa para escribir ecuaciones 32–35

R

Racionales
expresiones 400–429, 479–481
números 200–202, 208, 210

Radical 191, 208, 433

Radicales 190–211
- ***en*ésimas raíces** 197–199
- **expresiones radicales, reduce** 193–197
- **números irracionales** 200–202
- **raíces cuadradas** 190–193, 208, 210

Radio 78

Raíces
- **cuadradas** 190–193, 208, 210, 433
- **cúbicas** 197–198
- ***en*ésimas** 197–199

Rango 518–520, 531, 538

Razón
- **áurea** 475–478
- **pendiente** 24–45, 64–65
- **trigonométrica** 660–680

Razones trigonométricas 660–680
- **coseno** 672
- **seno** 671
- **tangente** 663–667

Recíproco
- **de un número** 113, 150
- **funciones** 646
- **relaciones** 115, 139
- **tecla** 114

Recta de óptimo ajuste 52–55, 66, 632

Recta numérica, desigualdades en 232–234, 236, 238, 282

Rectángulo 291

Rectángulo áureo 475–478

Rectas 94
- **encajar a los datos** 51–55, 66, 632
- **familia de** 46
- **paralelas** 36–37, 47–67, 207
- **perpendiculares** 37, 42, 60

Reflexión 288–301, 313, 354
- **combinaciones de** 316–318
- **con coordenadas** 339–342
- **desplazamiento** 317, 323, 351
- **sobre un eje** 292–296, 353

Regular polígonos
- **pentágono** 574
- **triángulo equilátero** 574

Relaciones 488–541

Relaciones lineales 2–67, 128, 225, 351
- **gráfica de** 4–5, 14–17, 19–22, 66, 84, 349
- **modela datos con** 51–55, 66
- **pendiente** 24–45
- **que disminuyen** 10–12, 18–19
- **reconoce** 14–15, 64–65
- **variación directa** 4–23

Resultado 544, 547

Rotación 302–313, 353–354
- **ángulo de** 303–308
- **centro de** 305
- **con coordenadas** 341–342
- **cuerpos tridimensionales** 311
- **eje de** 311
- **en dirección a las manecillas del reloj** 305
- **en dirección contraria a las manecillas del reloj** 305
- **simetría** 302–304, 307, 309, 353

S

Sector de un círculo 564

Segmento
- **biseca un** 294–296
- **diagonal** 76, 454
- **lado** 76

Segmento de recta
- **biseca** 294–296
- **diagonal** 76, 454
- **lado** 76

Semejante 329

Seno 671

Simetría 71, 288–291, 318
- **de reflexión** 289, 353
- **de rotación** 302–304, 307, 309, 353
- **ejes de** 71, 289–291, 353, 523
- **planos de** 299
- **traslación** 314–315

Sistema métrico 441

Sistemas de ecuaciones 256–281, 284
- **resuelve mediante eliminación** 266–269, 277, 281, 285
- **resuelve mediante gráficas** 256–259
- **resuelve mediante sustitución** 263–265, 269

Sistemas horarios 219–222

Snow, John 613–615

Sucesión 511
- **de Fibonacci** 478

Sustitución 264, 281
- **resuelve sistemas de ecuaciones mediante** 263–265, 269

Sustracción de fracciones algebraicas 411–417

T

Tabla de multiplicación
- **de binomios** 373–389
- **de fracciones** 405
- **tabla** 154–155, 158, 165

Tabla trigonométrica 680

Tablas
- **para resolver ecuaciones** 240–255, 283
- **patrones de datos en** 602–630

Tangente 663–667
- **conexión entre pendiente, tasa, proporcionalidad y** 667–670

Tasa, conexión entre tangente, pendiente, proporcionalidad y 667–670

Temperatura 3

CONTENTS

Teorema de Pitágoras 63, 202

Términos 83

Términos semejantes 196, 363, 426
- **radicales** 196

Teselados 318–321

Transformación 286–355
- **combina** 316–318
- **coordenadas y** 339
- **dilatación** 329–338, 353–354
- **identidad** 350
- **reflexión** 288–301, 339–342
- **rotación** 302–313, 316–318, 341–342, 353–354
- **traslación** 313–315, 343–345, 353–354, 512, 515

Transformación geométrica 286–355
- **coordenadas y** 339–352
- **dilatación** 329–338, 353–354
- **reflexión** 288–301, 339–342
- **reflexión de desplazamiento** 317, 323, 351
- **rotación** 302–313, 316–318, 341–342, 353–354
- **traslación** 313–315, 343–345, 353–354, 512, 515

Trapecio 297

Trapecio isósceles 297

Traslación 313–315, 353–354, 512, 515
- **con coordenadas** 343–345
- **simetría** 314–315

Triángulos
- **de Sierpinski** 288
- **equiláteros** 290, 574
- **escalenos** 291
- **isósceles** 297
- **semejantes** 206
- **traslación de** 343

Trigonometría 671

Trinomios 387, 395, 443, 483
- **cuadrado perfecto** 443–444, 458
- **factoriza** 447

Turing, Alan 623

V

Valor absoluto 118, 224, 227
- **desigualdades con** 233

Valor atípico 54

Valor máximo 497, 519, 539

Variable 4

Variación
- **directa** 4–23, 64
- **inversa** 108–126, 139, 400

Vector 313–315, 353

Vértice 88, 139, 519

Volumen
- **de un cilindro** 62–63, 338
- **de un prisma rectangular** 72, 502–503
- **máximo** 502–503

Vuelta atrás 214–218, 240, 281, 432–441, 483

CRÉDITOS

Portada Mark Wagner/Getty Images

Páginas del frente del libro **v,** Mark Burnett; **vi,** Getty Images; **vii,** U.S. Mint; **viii,** MAK–1; **1,** Getty Images

Capítulo 1 **2 (t),** CORBIS; **2 (b),** Laura Sifferlin; **2–3,** CORBIS; **4,** MAK-I; **7,** Life Images; **13,** Daniel Erickson; **16,** George Linyear; **20,** James Westwater; **24,** Getty Images; **28,** Matt Meadows; **33,** Getty Images; **35,** Aaron Haupt; **53,** MAK-I; **57,** J.R. Schnelzer; **59,** Rudi Von Briel; **66,** Matt Meadows

Capítulo 2 **68 (t),** Bob Mullenix; **68 (b),** CORBIS; **68–69,** CORBIS; **78,** Getty Images; **80,** Getty Images; **82,** Mark Burnett; **92,** Aaron Haupt; **93,** Doug Martin; **95,** Getty Images; **97,** NRAO/AUI; **101,** Aaron Haupt; **107,** Tom & Therisa Stack; **116,** Tony Goldsmith/Getty Images; **119,** Holiday Film Corp.; **120,** KS Studios; **122,** Getty Images; **124,** CORBIS; **131,** National Archives; **138,** Rod Joslin; **142,** Mark Burnett

Capítulo 3 **144 (t),** Aaron Haupt; **144 (b),** Geoff Butler; **144–145,** Aaron Haupt; **151,** Oliver Meckes/Photo Researchers; **157,** NASA; **161,** NASA; **162,** CORBIS; **165,** Doug Martin; **172,** Getty Images; **178,** Getty Images; **180,** Mark Gibson/Index Stock Imagery; **193 (l),** Dominic Oldershaw, **193 (r),** Jeff Smith; **209,** Geoff Butler

Capítulo 4 **212,** Getty Images; **212–213,** David R. Frazier Photo Library; **233,** David S. Addison/Visuals Unlimited; **235,** Dominic Oldershaw; **240,** Mark Burnett; **243,** NASA; **251,** Getty Images; **262,** Eric Hoffhines; **265,** Doug Martin; **267,** Cortesía de Sperry/New Holland; **272,** Geoff Butler; **282,** Getty Images; **284,** Tim Courlas

Capítulo 5 **286 (t),** M.C. Escher, Lizard, © 2003 Cordon Art B.V.; **286 (b),** Cheryl Fenton; **286–287,** CORBIS; **288 (cr),** Tom Palmer; **288 (bl),** Cortesía de California Academy of Sciences; **303,** CORBIS; **330,** CORBIS; **344,** Ron Rovtar; **349,** Doug Martin

Capítulo 6 **356,** Duomo/CORBIS; **356–357,** Getty Images; **362,** Doug Martin; **369,** Lindsay Gerard; **375,** R.E. Smalley/ Rice University; **396,** Getty Images; **402,** Mark Burnett; **406,** CORBIS; **407,** Howard M. Decruyenaere; **409,** CORBIS; **414,** Cortesía del Museum of Fine Arts, Boston. Sears Fund; **421,** Tim Courlas; **425,** United States Mint

Capítulo 7 **430 (t),** Getty Images; **430 (b),** CORBIS; **430–431,** CORBIS; **432,** Chris Carroll/CORBIS; **437,** Getty Images; **441,** Getty Images; **444,** Alvin Staffan; **449,** Thomas Veneklasen; **450,** Getty Images; **458,** Matt Meadows; **463,** Ken Frick; **469,** Doug Martin; **484,** courtesy Indianapolis Motor Speedway/Denis Spares

Capítulo 8 **486,** Getty Images; **486–487,** Lindsay Gerard; **495,** Getty Images; **496,** Getty Images; **500,** MAK-I; **505,** Getty Images; **507,** CORBIS; **508,** Getty Images; **512,** Joseph Dichello; **518,** CORBIS; **524,** Mark Burnett; **526,** CORBIS; **535,** Mark Burnett

Capítulo 9 **542,** Bettmann/CORBIS; **542–543,** Aaron Haupt; **548,** Aaron Haupt; **552,** Mark Burnett; **556,** Life Images; **561,** Getty Images; **562,** Ann Summa; **565,** CORBIS; **567,** Doug Martin; **591,** Bob Mullinex; **594,** Rudi Von Briel; **597,** Jennifer Leigh Sauer

Capítulo 10 **600 (t),** Aaron Haupt; **600 (b),** CORBIS; **600–601,** CORBIS; **604,** Getty Images; **606,** Doug Martin; **608,** Getty Images; **618,** Jack Demuth; **627,** Roger Ressmeyer/ CORBIS; **629,** Todd Yarrington; **630,** Otto Greule/Getty Images; **631,** NASA; **634,** Laura Sifferlin; **636,** Fotografia/CORBIS; **639,** Aaron Haupt; **640,** Getty Images; **648–649,** Getty Images; **651,** Aaron Haupt

Las fotografías que no se enumeran aquí son propiedad de Glencoe/McGraw-Hill